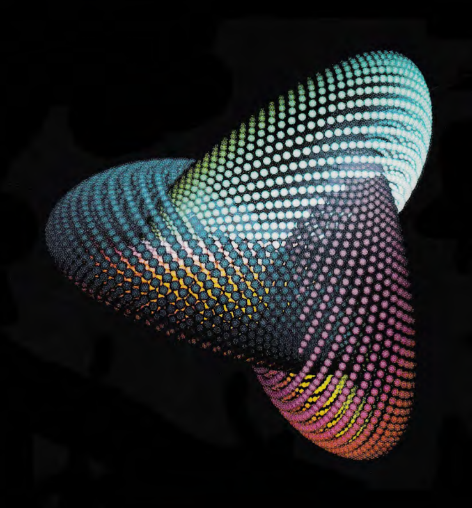
RUDOLF STEINER

LA QUATRIEME DIMENSION

Mathématique et Réalité



TRIADES

RUDOLF STEINER

LA QUATRIÈME DIMENSION
Mathématique et réalité

Notes d'auditeurs
Conférences et réponses à des questions
Six conférences, Berlin du 24 mars au 7 juin 1905
Deux conférences, Berlin, 7 nov. 1905 et 22 oct. 1908
Réponses à des questions de 1904 à 1922

Traduction de
Jean-Paul Hornecker

2001
TRIADES
PARIS

Titre original :

Die vierte Dimension : Mathematik und Wirklichkeit
© 1995 by Rudolf Steiner Verlag
Dornach (Suisse)
GA 324a

Image de couverture : « La surface de Boy »
© Jean-François Colonna
CMAP/École Polytechnique – France Telecom R & D/DTL/DLI

© 2001 by Éditions Triades
36 rue Gassendi – 75014 Paris

ISBN 2-85248-220-7

À PROPOS DE LA PUBLICATION DES CONFÉRENCES DE RUDOLF STEINER

La base de la science de l'esprit d'orientation anthroposophique est constituée par les œuvres écrites et publiées par Rudolf Steiner (1861-1925). Parallèlement, Rudolf Steiner a donné de 1900 à 1924 de très nombreux cours et conférences, tant publics que réservés aux membres de la Société théosophique, et plus tard de la Société anthroposophique. Lui-même ne voulait pas à l'origine que ses conférences, toujours faites sans notes, soient fixées par écrit, étant conçues «comme des communications orales, non destinées à être imprimées». Mais après que de nombreuses rédactions dues à des auditeurs, incomplètes et défectueuses, eurent été répandues, il se vit placé dans la situation d'en réglementer la rédaction. Cette tâche fut confiée à Marie Steiner von Sivers, à qui incomba le soin de déterminer qui sténographierait, l'administration des textes et le contrôle nécessaire de ceux ci en vue de leur publication. Faute de temps, Rudolf Steiner ne put corriger lui-même qu'un très petit nombre de ces rédactions. Il y a donc lieu de tenir compte des réserves qu'il faisait à ce sujet: «Il faudra seulement s'accommoder du fait que, dans ceux des sténogrammes que je n'ai pas revus, il se trouve des erreurs.»

Rudolf Steiner s'est exprimé dans son autobiographie *Mein Lebensgang* au sujet du rapport entre les conférences pour les membres, tout d'abord accessibles uniquement sous la forme de textes réservés, et ses œuvres publiées: «On ne reconnaît *la capacité de porter un jugement sur le contenu d'une telle publication privée* qu'à celui qui remplit les conditions requises pour ce faire. Pour la plupart des publications en question figurent *au moins* parmi ces conditions la connaissance de l'enseignement anthroposophique sur l'homme et le cosmos, ainsi que celle de l'histoire dans la perspective de l'anthroposophie, telle que la présentent les communications puisées à la source du monde de l'esprit.» Ceci est également valable pour les cours spécialisés, qui s'adressaient à un nombre limité d'auditeurs déjà familiarisés avec les bases de la science de l'esprit.

Après la mort de Marie Steiner (1867-1948), et conformément à ses directives, fut entreprise la publication d'une édition complète des œuvres de Rudolf Steiner *(Rudolf Steiner-Gesamtausgabe)*, dont le présent volume est un élément.

SOMMAIRE

L'espace pluridimensionnel

II
Réponses à des questions : 1904-1922

*

AVERTISSEMENT DU TRADUCTEUR

Ce livre constitue plus une base de départ pour une longue étude, qu'un ensemble de connaissances que l'on pourrait acquérir. Le fait qu'il s'agisse de notes d'auditeurs, donc de textes forcément incomplets, oblige le lecteur à ne pas vouloir se forger trop tôt une idée définitive des questions traitées. Il lui faudra lire les différents textes traitant d'un même sujet et, touche après touche, se compléter l'image qu'il se construit. Coupés du contexte, ils pourraient paraître contradictoires, surtout quand les notes simplifient ce que Rudolf Steiner a dit, négligeant les nuances qui permettraient de ressentir ce qui n'était exprimé qu'à travers elles. Ainsi, certains des textes de ce livre font croire que des dimensions s'annulent complètement, alors que le dernier montre que subsiste quelque chose d'infinitésimal. Souvent, les textes ne permettent plus de savoir quand il est question de quatre dimensions, et quand il s'agit d'une hyperperspective vue dans un plan.

Certaines données de ces conférences ne se retrouvent pas aussi clairement ailleurs que dans ces conférences. Il y a ainsi une allusion à la « longueur » du gardien du seuil dans la quatrième dimension, alors que pour la clairvoyance atavique il n'en a que deux. Un autre passage montre un aspect du travail de celui qui est à la fois alchimiste et occultiste.

Ce livre contient également des passages qui peuvent servir de sujets de méditation à l'aide des mathématiques.

Le traducteur se trouve confronté à une tâche délicate. Il existe, par exemple, l'équivalent allemand des mots « cercle » et « disque », mais également un troisième terme moins précis pouvant signifier l'un ou l'autre, ou les deux réunis. Les auditeurs ont souvent utilisé ce troisième terme alors que Steiner utilisait probablement un des termes plus précis. L'usage différent de certains termes mathématiques en allemand et en français est dû aux esprits de langue très différents.

La traduction a toujours essayé d'être sémantique, et non littérale : là où un programme de traduction par ordinateur aurait mis « une sphère à trois dimensions dans l'espace à quatre dimensions » il fallait mettre, conformément à l'usage correct du français : « hyperboule à quatre dimensions (plongée dans l'espace à quatre

dimensions) » ; et au lieu de « sphère à deux dimensions dans l'espace à quatre dimensions » : « hypersphère à trois dimensions (plongée dans l'espace à quatre dimensions) ».

Rappelons pour le lecteur non averti du langage correct, que le cercle, à la différence du disque, a une longueur, mais n'a pas de surface, ni d'aire. Sa généralisation dans l'espace, la sphère, a une surface, mais pas de volume ; de même l'hypersphère a un volume, mais pas d'hypervolume. Tous les trois n'ont aucun point privilégié : ils ne contiennent pas de point central. La notion de centre n'apparaît que dans l'espace où on les plonge. De façon analogue, les trois autres objets géométriques de l'autre groupe se ressemblent entre eux : le disque a une surface dont on peut mesurer l'aire (ou superficie), la boule a un volume, l'hyperboule un hypervolume et tous les trois ont un point particulier qu'on appelle le centre.

Pour le lecteur non habitué à ce vocabulaire, ces termes deviendront plus clairs si on lui précise que le cercle est la frontière du disque, la sphère la frontière de la boule et l'hypersphère la frontière de l'hyperboule. Je ne parlerai pas de la circonférence utilisée dans le domaine des nombres complexes (et qui n'a jamais plus de deux points réels), dont il n'est pas question dans ces conférences.

L'usage erroné de ces mots serait dû à Napoléon, et nous semble en grande partie responsable d'une certaine décadence de notre pays. Il a fallu attendre le milieu du XXe siècle pour que, après une longue lutte, les instructions ministérielles exigent que la confusion de ces termes ne soit plus tolérée aux examens dès le niveau du certificat d'étude. Ceux qui connaissent les conséquences spirituelles de ce genre de clarification ne peuvent que saluer ce progrès dont les effets positifs se sont progressivement fait sentir.

Je voudrais remercier Renatus Ziegler qui, à partir de notes éparses, a réussi à nous donner un texte utilisable, ainsi que Jean-Pierre Hermann dont l'aide a été précieuse pour la présente traduction.

Jean-Paul Hornecker

I

LA QUATRIÈME DIMENSION

PREMIÈRE CONFÉRENCE D'INTRODUCTION
Berlin, 24 mars 1905

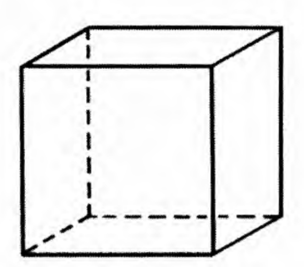
Pour le cas où vous seriez déçus par ce que vous allez entendre maintenant, je voudrais dire auparavant que je parlerai aujourd'hui de questions tout à fait élémentaires [concernant la quatrième dimension]. Qui voudrait pénétrer plus profondément dans ce sujet devrait bien connaître les mathématiques supérieures. Je voudrais vous donner quelques notions élémentaires générales. Il faut faire la différence entre la possibilité de penser dans la quatrième dimension et la réalité. Celui qui est capable d'y faire des observations se trouve en face d'une réalité qui dépasse de loin ce que nous connaissons comme réalité-sensible. Il faut faire des métamorphoses de pensées si l'on veut y accéder. Il faut entrer un peu dans le jeu des mathématiques, et pénétrer dans la manière de penser du mathématicien.

Soyons au clair sur le fait que le mathématicien ne fait pas un pas sans rendre compte (à lui-même) de ce qui apparaît dans ses conclusions. Il faut aussi constater, quand nous nous occupons de mathématiques, que même le mathématicien ne peut faire un pas [dans la réalité], et qu'il ne peut faire de conclusions, [qui dépassent ce qu'il est possible de penser]. Il s'agit d'abord de notions simples qui deviennent déjà plus compliquées si l'on veut arriver au concept de quatrième dimension. Il faut que ce que nous entendons par « dimension » devienne une notion claire. Le mieux pour que cela devienne clair est de considérer différentes formes en rapport avec leurs dimensions.

Cela mène à des considérations auxquelles, au XIXe siècle seulement, de grands mathématiciens comme Bolyai, Gauss et Riemann se sont attaquées [1].

La plus simple des grandeurs de l'espace est le point. Il n'a aucune extension ; il doit être pensé. Il s'obtient en figeant une extension dans l'espace. Il n'a aucune dimension. La première dimension est la ligne. La ligne droite a une dimension : la longueur. Si nous mouvons la droite qui n'a aucune épaisseur, nous sortons de la première dimension, et la droite engendre une surface. Celle-ci possède deux dimensions : la longueur et la largeur. Si nous bougeons la surface, nous sortons de ces deux dimensions et nous obtenons un volume. Il a trois dimensions : hauteur, largeur, profondeur (fig. 1).

Figure 1



Si vous déplacez le volume lui-même, si par exemple vous déplacez un cube dans l'espace, vous n'obtiendrez de nouveau qu'un volume. Vous ne pouvez pas déplacer l'espace [à trois dimensions] hors de lui-même.

Figure 2



Il faut encore nous tourner vers quelques autres notions. Si nous observons un segment de droite, il a deux points frontières A et B (fig. 2).

Imaginons que A et B doivent se toucher. Mais pour qu'ils puissent se toucher il faut courber* la droite. Que se passe-t-il alors ? Il est impossible qu'ils restent dans la droite si vous voulez mener A et B en coïncidence. Pour relier A et B il faut que nous sortions de la droite ; nous devons donc sortir de la première dimension et passer dans la deuxième dimension : la surface. Ainsi une courbe fermée naît du segment de droite par le fait que ses extrémités arrivent en coïncidence (fig. 3).

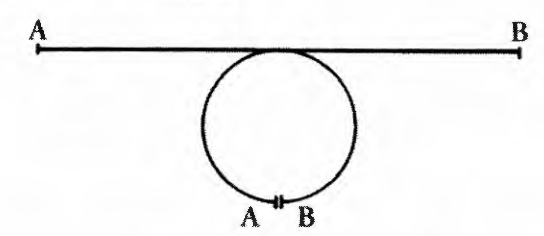


Figure 3

Il est donc nécessaire de sortir de la première dimension. On ne peut y rester. Ce n'est qu'ainsi que naît le cercle. Vous pouvez faire la même chose avec une surface [délimitée par un rectangle]. Mais ce n'est possible que si vous ne restez pas dans la deuxième dimension. Il faut que vous entriez

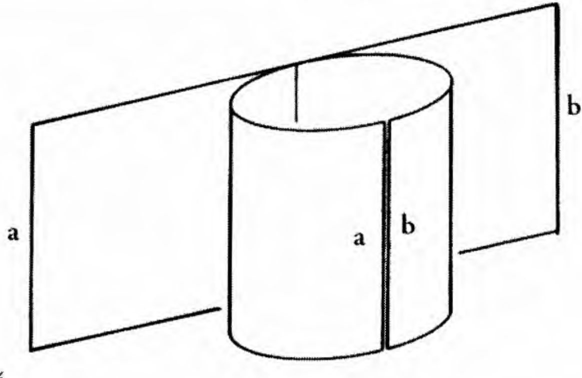


Figure 4

* Ou tordre.

dans la troisième dimension et vous obtenez un tube: le cylindre. Cette opération se fait de manière correspondant tout à fait à la précédente où nous avions amené deux points en coïncidence et, ce faisant, étions sortis de la première dimension. Ici, pour amener les deux frontières en coïncidence nous devons passer dans la troisième dimension (fig. 4).

Est-il possible de penser qu'avec une figure de l'espace ayant déjà trois dimensions on puisse procéder de même? Si vous avez deux cubes de forme identique, vous pouvez les déplacer l'un dans l'autre. Si vous voulez mettre en coïncidence le premier cube, qui est d'un côté coloré en rouge et sur la face opposée en bleu, avec l'autre cube, qui est par ailleurs géométriquement identique mais où les faces bleue et rouge sont interchangées, vous ne pouvez les faire coïncider qu'en tournant le cube (fig. 5).

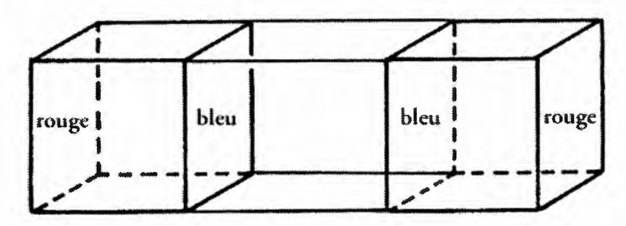


Figure 5

Étudions une autre forme spatiale. Prenons le gant de la main gauche; il vous est impossible de mettre ainsi le gant de la main gauche sur la main droite. Mais si vous observez ces deux gants [qui sont en symétrie de miroir] ensemble comme le segment de droite avec ses points limites A et B, vous avez quelque chose de cohérent. Il s'agit d'une forme unique avec une frontière [avec un plan de symétrie, un plan-miroir] au milieu. C'est tout à fait analogue aux deux moitiés symétriques de la peau humaine extérieure[2].

Comment pouvons-nous maintenant amener en coïncidence deux formes tridimensionnelles symétriques ? Seulement en nous élevant au-delà de la troisième dimension, comme auparavant au-dessus de la première et de la deuxième. Nous pouvons aussi mettre le gant gauche (respectivement le gant droit) sur la main droite (respectivement sur la main gauche) si nous passons par la quatrième dimension [3].

Pour la construction de la troisième dimension (la profondeur) de l'espace visuel, nous faisons coïncider l'image de l'œil droit avec l'image de l'œil gauche, la retournons et la plaquons dessus [4].

Prenons maintenant un exemple dû à Zöllner [5]. Soit ici un disque et en dehors un point *P*. Comment pouvons-nous amener le point à l'intérieur du disque sans traverser le cercle ? Ce n'est pas possible si nous restons dans le plan. De même qu'il nous faut passer de la deuxième dimension à la troisième pour passer du carré au cube, de même il nous faut ici aussi sortir de la deuxième dimension. Dans le cas de la boule également il n'est pas possible d'y pénétrer sans traverser la surface de la sphère ou de s'élever au-dessus de la troisième dimension [6].

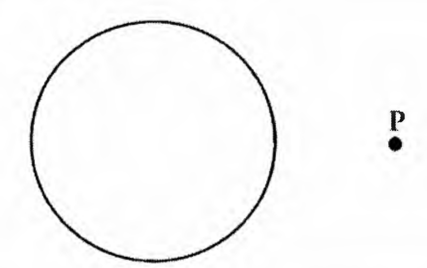


Figure 6

Ce sont des possibilités au niveau du penser, mais elles ont une signification pour la théorie de la connaissance [surtout en ce qui concerne le problème : dans quelle mesure le contenu des perceptions est-il objectif ?]. Si nous

voulons comprendre clairement comment, en réalité, on perçoit, nous arriverons à la façon de voir qui suit. Demandons-nous d'abord comment nous acquérons des connaissances sur les objets grâce aux sens. Nous voyons une couleur. Sans l'œil nous ne la percevrions pas. Le physicien dit alors : là, à l'extérieur il n'y a pas de couleur mais des formes de mouvement purement spatiales ; celles-ci pénètrent dans l'œil, y sont saisies par le nerf optique, menées au cerveau et là apparaît, par exemple, le rouge. Maintenant, on peut se poser la question : le rouge existe-t-il aussi en dehors de toute perception ?

Le rouge ne pourrait pas être perçu sans œil. Les sonneries de cloches ne pourraient pas être perçues sans l'oreille. Toutes nos sensations dépendent du fait que des formes de mouvement sont transformées par notre appareil psychospirituel. L'affaire se complique encore si nous nous demandons : où est donc le rouge, cette qualité particulière ? Est-il sur l'objet ? S'agit-il d'un processus vibratoire ? Dehors, il y a un processus de mouvement, et celui-ci se continue dans l'œil, et même jusqu'au cerveau. Partout il y a des processus vibratoires [et nerveux], nulle part ne se trouve le rouge. Même si vous examiniez l'œil vous ne trouveriez de rouge nulle part. Ce n'est pas à l'extérieur, mais pas dans le cerveau non plus. Nous n'avons du rouge que si nous nous plaçons nous-mêmes comme sujets en face de ces processus de mouvement. N'avons-nous absolument aucune possibilité de parler de la façon dont le rouge arrive à l'œil, l'ut # à l'oreille ?

La question est : quelle est notre représentation intérieure. Où apparaît-elle ? Dans la littérature philosophique du XIXe siècle, vous trouverez cette question partout présente. Schopenhauer[7], avant tout, a exprimé la définition suivante : le monde est notre représentation. Mais que reste-t-il alors pour le corps à l'extérieur de nous ? [De

même qu'une représentation de couleur peut être « produite » par des mouvements], de même du mouvement peut apparaître dans notre intérieur par quelque chose qui est au fond immobile. Observons douze photographies instantanées d'un cheval sur la [face intérieure] d'une surface cylindrique munie de douze fines fentes. Si nous regardons de côté sur le cylindre, nous aurons l'impression qu'il s'agit toujours du même cheval et qu'il ne fait que bouger les jambes[8]. L'impression de mouvement peut donc également naître par notre organisation corporelle quand en réalité rien ne bouge. C'est ainsi que nous arrivons à résoudre totalement ce que nous appelons le phénomène du mouvement.

Mais qu'est donc alors la matière ? Si vous en ôtez l'éclat de la couleur, le mouvement [la forme etc. donc tout ce que transmet la perception des sens], il ne reste plus rien. Si nous avons déjà à chercher dans notre intérieur les impressions [secondaires, c'est-à-dire « subjectives » de couleur, chaleur, goût, odorat] nées dans notre conscience individuelle par des processus extérieurs, nous devons aussi transporter les impressions [primaires, c'est-à-dire « objectives » de forme et de mouvement] dans notre intérieur, et ainsi le monde extérieur disparaît complètement. Mais cela crée de grandes difficultés [pour la théorie de la connaissance] [9].

Supposons que tout soit à l'extérieur ; comment les qualités de l'objet à l'extérieur arrivent-elles en nous ? Où se trouve maintenant le point [où l'extérieur passe dans l'intérieur] ? Si nous éliminons tous les contenus des perceptions sensibles, il ne reste plus d'extérieur. De cette façon la théorie de la connaissance se met dans la situation de Münchhausen[10] qui veut se soulever en tirant sur ses propres cheveux*. Mais ce n'est qu'en supposant l'existence

* Dans les histoires de Münchhausenn, bien connues dans les pays germanophones, il se passe de nombreux épisodes tout aussi invraisemblables.

d'un extérieur que nous pouvons arriver à une explication des impressions à l'intérieur. Comment quelque chose peut-il venir de l'extérieur et pénétrer à l'intérieur de nous et s'y manifester sous la forme de nos représentations ?

Il faut encore soulever cette question autrement. Considérons d'abord quelques analogies. Vous n'aurez aucune possibilité de trouver une relation [entre le monde extérieur et les impressions intérieures] si vous ne saisissez pas ce qui suit : revenons à la considération du segment de droite aux extrémités *A* et *B*. Nous devons dépasser la première dimension et tordre le segment pour faire coïncider les extrémités (fig. 7).

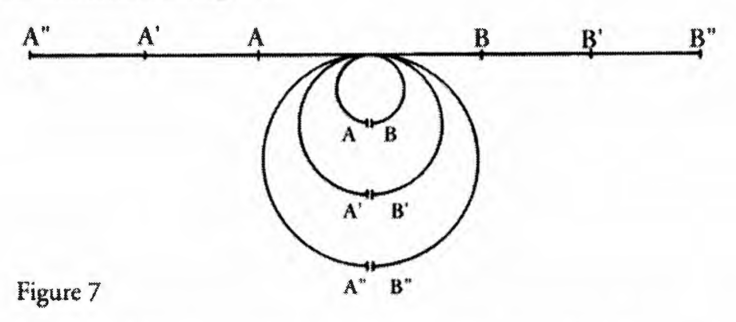


Figure 7

Considérez maintenant l'extrémité gauche *A* mise en coïncidence avec l'extrémité *B* de telle manière qu'elles se rencontrent en bas de telle sorte que nous soyons capables, [en traversant les points confondus], de retourner au point de départ. Si le segment est petit, le cercle correspondant l'est aussi. Si je transforme mon segment initial en cercle, puis des segments de plus en plus grands, alors le point obtenu par jonction des extrémités s'éloigne de plus en plus, s'en va à une distance illimitée du premier, et part à l'infini. Ce n'est qu'à l'infini que se trouvent {finalement} les points de jonction. En même temps, la courbure devient de plus en plus faible, et finalement il ne sera plus possible de distinguer à l'œil nu le cercle d'une droite (fig. 8).

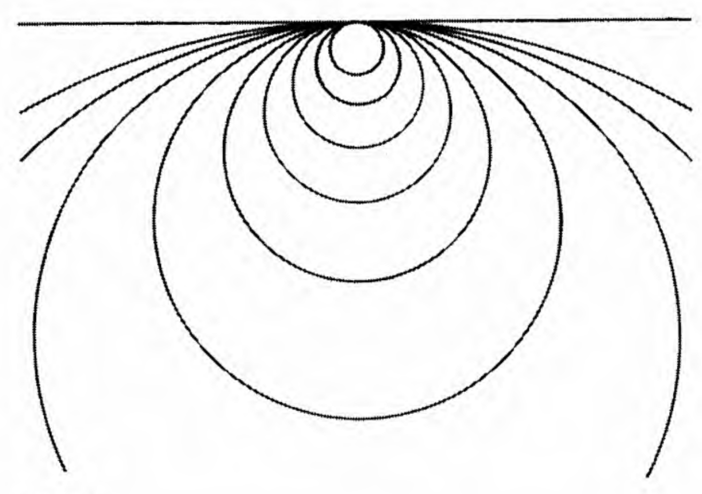


Figure 8

De manière analogue, la terre nous paraît un morceau plat quand nous marchons sur elle, bien qu'elle soit ronde. Si nous considérons que les deux extrémités du segment sont étendues jusqu'à l'infini, le cercle se confond vraiment avec une droite[11].* On peut ainsi considérer une droite comme un cercle de rayon infini. Nous pouvons par contre nous représenter ainsi que, [si nous parcourons la droite] en restant dans la ligne, nous revenons de l'infini de l'autre côté. Mais pour cela nous devons traverser l'infini.

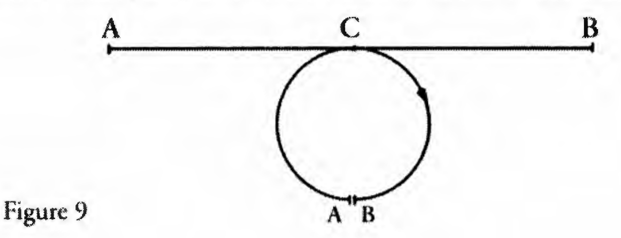


Figure 9

* Ainsi en géométrie euclidienne. En géométrie projective, par contre, on obtient et la tangeante et la droite à l'infini.

Représentez-vous maintenant en pensée au lieu de la courbe [géométrique] quelque chose qui soit une réalité, qui se combine avec de la réalité. Imaginons qu'avec la progression du point *C* [sur le cercle périphérique] intervient un refroidissement, que le point devient de plus en plus froid à mesure qu'il s'éloigne. Laissons d'abord le point sur la ligne et, pendant qu'il se refroidit, laissons-le atteindre le point *A*, *B*, la valeur-limite inférieure. Quand il réapparaît de l'autre côté, la température remonte. Sur le chemin du retour apparaît donc la situation opposée. La température monte jusqu'au moment où, quand le point arrive au point *C*, la température de départ soit de nouveau atteinte. Quelles que soient les dimensions du cercle, le processus est toujours le même: un écoulement de la chaleur et son retour. Pensons ceci également dans le cas de la droite [d'étendue infinie] : quand la température se perd d'un côté de plus en plus, elle peut croître de l'autre. Nous avons ici un état qui se perd d'un côté et se reconstruit de l'autre.

Nous amenons ainsi de la vie et du mouvement dans le monde, et nous nous approchons de ce que, d'un point de vue supérieur, on pourrait appeler « compréhension du monde ». Nous avons ici deux états qui se conditionnent, qui dépendent l'un de l'autre. Mais pour tout ce que vous pouvez observer [avec vos sens] le processus qui – disons – s'en va vers la droite, n'a rien à faire avec celui qui vient de gauche, et pourtant ils se conditionnent l'un l'autre[12].

Nous comparons maintenant l'objet du monde extérieur avec le processus de refroidissement, et en opposition ce que nous ressentons à l'intérieur avec le processus d'échauffement. Bien que le monde extérieur et le sentiment intérieur n'aient directement rien en commun qui puisse être perçu par les sens, ils se conditionnent néanmoins l'un l'autre [comme le font les deux processus décrits plus haut]. Cela donne un lien entre le monde

extérieur [et notre monde intérieur] que nous pouvons renforcer par une image : le sceau et la cire à cacheter. Le sceau laisse une copie exacte dans la cire sans que le sceau y reste [et sans que quelque chose de matériel passe du sceau à la cire]. Il reste donc une copie conforme dans la cire. Il en est de même pour la relation entre le monde extérieur et ce que nous en ressentons intérieurement. Seul l'essentiel se transporte. Un état conditionne l'autre, mais tel que rien [de matériel] ne passe de l'un à l'autre[13].

Si nous nous représentons que cela se passe ainsi avec [la relation entre] le monde extérieur et nos impressions, nous arrivons à ce qui suit. Des images symétriques dans l'espace {par rapport à un plan} se comportent comme deux gants de la main gauche et de la main droite. Pour les mettre directement en relation de manière continue, il nous faut introduire une nouvelle dimension de l'espace. Le monde extérieur et les impressions intérieures se comportent de manière analogue à ces figures géométriques symétriques et ne peuvent donc également être mis directement en relation qu'à travers une dimension supplémentaire. Pour créer une nouvelle relation entre le monde extérieur et les impressions intérieures, il nous faut donc passer par une quatrième dimension ; nous devons donc rajouter un troisième élément. Ce n'est que là que nous pouvons chercher ce qu'il y a en commun, où nous sommes un avec eux. On peut se représenter ces images de symétries (par rapport à un plan) comme nageant dans un océan au sein duquel nous pouvons amener ces images de symétrie en coïncidence. Et c'est ainsi que nous en arrivons à quelque chose qui dépasse l'espace à trois dimensions et qui, néanmoins, a une réalité. Nous devons donc vivifier nos représentations de l'espace, les mettre en mouvement.

Oskar Simony[14] a essayé de représenter par des modèles ces formes spatiales vivifiées. [Comme nous l'avons vu] on

en arrive, à partir de l'étude de ce qui n'a aucune dimension, à la possibilité de nous représenter l'espace à quatre dimensions. Au moyen d'images de symétrie par rapport à un plan, et de leurs relations de symétrie, nous arrivons d'abord le plus facilement à connaître cet espace. [Une autre manière d'apprendre à étudier la relation entre l'espace empirique tridimensionnel et l'espace quadridimensionnel s'obtient par l'étude des nœuds de courbes et de bandes]. Qu'entend-on par états de symétrie? En entortillant des figures de l'espace nous provoquons des complications précises. [Ces complications sont des particularités de l'espace tridimensionnel; elles n'apparaissent pas dans l'espace à quatre dimensions] [15].

Faisons encore quelques exercices pratiques en pensée. Si nous découpons une bande en anneau le long du milieu, nous obtenons deux telles bandes. Si maintenant nous coupons une bande dont les bouts ont subi une rotation de 180° et ont été recollés, alors en les découpant nous obtenons une seule bande tordue qui ne se décompose pas. Si nous lui faisons subir une rotation de 360°, nous obtenons deux bandes entrelacées. Si nous tournons les bouts de 720° nous obtenons un nœud, par le même processus.

Celui qui réfléchit sur la nature sait que de telles contorsions existent dans la nature; [dans la réalité], de telles formes tordues sont munies de forces. Prenez par exemple le mouvement de la Terre autour du Soleil, puis celui de la Lune autour de la Terre. On dit que la Lune décrit un cercle autour de la Terre, mais en réalité il s'agit d'une courbe qui est, encore une fois, courbée [enroulée autour du cercle de l'orbite de la Terre], c'est donc une hélice autour d'un cercle. Et ensuite nous avons le Soleil qui se déplace à toute vitesse à travers le cosmos, de telle manière que la Lune parcourt encore une hélice supplémentaire autour d'elle. Ce sont donc des lignes de forces

très compliquées qui s'étendent à travers l'espace. Nous devons nous rendre compte que nous avons à faire avec des notions d'espace compliquées que nous pouvons seulement comprendre si nous ne nous figeons pas, si nous les gardons « fluides ».

Rappelons-nous, encore une fois, ce qui a été dit: Le zéro-dimensionnel est le point, le monodimensionnel est la courbe, le bidimensionnel est la surface, le tridimensionnel les corps solides. Quelles sont les relations entre ces notions de l'espace?

Supposez que vous soyez un être qui ne peut se déplacer que sur une droite. Comment seraient les représentations de l'espace de tels êtres qui eux-mêmes ne sont que monodimensionnels? Ils ne percevraient pas le monodimensionnel chez eux, mais uniquement des points. Car si nous voulons dessiner quelque chose dans le monodimensionnel, il n'y existe que des points. Un être à deux dimensions rencontrerait des lignes, il pourrait donc distinguer des êtres à une dimension. Un être à trois dimensions, par exemple un cube, percevrait des êtres à deux dimensions. L'homme, lui, peut percevoir trois dimensions. Si nous déduisons correctement, il faut que nous nous disions: Comme un être monodimensionnel ne peut percevoir que des points, comme un bidimensionnel ne peut percevoir que du monodimensionnel, et un tridimensionnel que du bidimensionnel, ainsi un être capable de se représenter du tridimensionnel doit être un être à quatre dimensions. Du fait que l'homme est capable de délimiter des êtres extérieurs selon les trois dimensions – [peut se servir] de formes en trois dimensions – il faut qu'il soit quadridimensionnel[17]. Et de même que le cube ne peut percevoir que deux dimensions et non sa troisième, il est vrai que l'homme ne peut pas percevoir la quatrième dimension dans laquelle il vit.

DEUXIÈME CONFÉRENCE D'INTRODUCTION
Berlin, 31 mars 1905

Aujourd'hui, je veux vous parler de questions élémentaires concernant l'espace pluridimensionnel [entre autre en liaison avec cet homme plein d'esprit] qu'était Hinton[18].

Vous vous rappelez comment nous sommes passés la dernière fois de l'étude de la dimension zéro à la représentation de l'espace multidimensionnel. Je répéterai encore une fois brièvement comment nous pouvons passer de la représentation de l'espace à deux dimensions à celle de l'espace à trois dimensions.

Comment devons-nous comprendre l'expression « comportement symétrique » ? Comment puis-je mettre en coïncidence une figure [plane] bleue et une rouge [symétriques l'une de l'autre (par symétrie-miroir)] ?

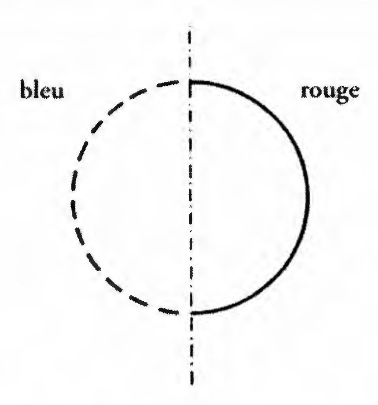


Figure 10

Je peux le faire facilement avec 2 demi-cercles en faisant tourner le rouge pour l'amener sur le bleu (figure 10).

Dans le cas de la figure suivante ce n'est pas aussi facile (figure 11). [Dans le plan] je ne puis pas mettre en coïncidence la partie rouge et la partie bleue quelle que soit la manière dont j'essaye de faire entrer le rouge dans le bleu.

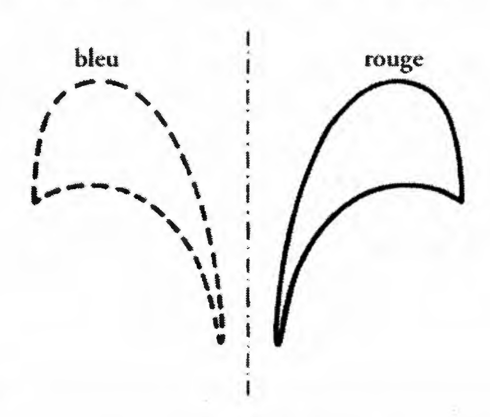


Figure 11

Mais il y a quand même un moyen d'y parvenir quand on sort du tableau [donc de la deuxième dimension] à travers l'espace [en faisant tourner la figure bleue autour de l'axe de symétrie] (« symétrie-miroir » : axe dans le plan).

Il en est de même avec une paire de gants. Je ne puis les mettre en coïncidence sans sortir de l'espace [à trois dimensions]. Il faut passer à travers la quatrième.

J'ai dit la dernière fois qu'il faut « fluidifier » [les relations de l'espace] si l'on veut acquérir une représentation de l'espace à quatre dimensions ; pour obtenir une situation analogue à celle que l'on a quand on passe de la deuxième à la troisième dimension. Dans la dernière leçon, nous avons fabriqué des structures spatiales entrelacées à partir de bandes de papier. De tels entrelacements provoquent certaines complications. Ce n'est pas un simple jeu. On trouve continuellement de tels entrelacements dans la nature. Des corps matériels se déplacent dans de telles structures spatiales entrelacées. Ces mouvements sont

doués de forces telles qu'elles s'entrelacent également. Prenez le mouvement de la Terre autour du Soleil et puis le mouvement que la Lune parcourt autour de la Terre. La Lune parcourt un cercle qui contourne l'orbite de la Terre autour du Soleil. Elle décrit donc une hélice autour d'un cercle*. À cause du mouvement du Soleil, la Lune parcourt une autre hélice autour de ce dernier. Il se forme donc des lignes de forces très compliquées** qui s'étendent à travers tout l'espace.

Les corps célestes se comportent les uns par rapport aux autres comme les rubans de papier. Nous devons nous rendre compte que nous avons à faire avec des concepts de l'espace compliqués, que nous comprenons seulement si nous les empêchons de se figer. Si nous voulons comprendre l'espace [dans sa nature] nous devons le rendre tout à fait fluide. [Il faut aller comme] jusqu'au zéro ; c'est là que l'on peut trouver le point [vivant].

Représentons-nous encore une fois la structure des dimensions. Le point n'a aucune dimension, la courbe est à une dimension, la surface à deux dimensions, et le corps solide à trois dimensions. Le cube a ainsi trois dimensions : la hauteur, la largeur et la profondeur. Comment les formes de l'espace {de diverses dimensions} se comportent-elles entre elles ? Imaginez que vous soyez {dans} une droite, vous auriez une dimension. Vous ne pourriez vous déplacer que le long de cette droite. S'il y avait de tels êtres, quelle serait – comment devrait être faite – leur représentation de l'espace ? De tels êtres ne percevraient pas leur monodimensionalité chez eux-mêmes, et ils ne pourraient se représenter que des points, partout où ils arriveraient. Car dans

* C'est vrai parce que le mouvement de la Lune n'a pas lieu dans l'écliptique, et ceci bien que la projection dans l'écliptique soit une courbe convexe (constatation surprenante).

** Rudolf Steiner fait souvent allusion au *vrai* mouvement des astres. Il semble bien qu'il ne soit possible de le comprendre entièrement qu'en se servant de l'« espace des complexes linéaires » qui est à cinq dimensions.

la droite, si l'on veut y dessiner quelque chose, il n'y a que des points. Un être bidimensionnel ne rencontrerait que des lignes, ne percevrait donc que des êtres monodimensionnels. Un être tridimensionnel comme le cube ne percevrait que des êtres bidimensionnels, mais non ses [propres] trois dimensions.

L'homme peut percevoir ses trois dimensions. Si nous faisons une déduction correcte, nous devons nous dire : de même qu'un être monodimensionnel ne peut percevoir que des points, un bidimensionnel que des lignes et un tridimensionnel que des surfaces, un être percevant les trois dimensions doit être lui-même un être quadridimensionnel. Pour pouvoir délimiter des êtres extérieurs dans trois dimensions et manier des espaces à trois dimensions, il faut que l'homme soit à quatre dimensions. Et, de même qu'un cube ne peut percevoir que deux dimensions et non sa propre troisième, il est clair que l'homme ne peut pas percevoir la quatrième dimension dans laquelle il vit. Nous avons ainsi montré que l'homme doit être un être quadridimensionnel. Nous nageons dans l'océan des quatre dimensions comme la glace dans l'eau.

Retournons encore à l'observation des images en miroir (figure 11). La droite représente la coupe d'un miroir. Le miroir renvoie une image symétrique [de la figure située à gauche]. Le processus de symétrie montre, au-delà des deux dimensions, la troisième. [Pour comprendre le passage direct et continu de l'original à l'image,] il faut ajouter une dimension aux deux autres.

[Considérons maintenant la relation entre l'espace extérieur et l'espace intérieur]. Le cube ici, hors de moi, apparaît comme représentation en moi (figure 12). La représentation [du cube] est au cube ce que l'image reflétée dans un miroir est à l'original. Notre appareil sensoriel produit une représentation du cube. Si on veut la mettre en

coïncidence avec le cube d'origine, il faut passer par la quatrième dimension. De même que, pour procéder par continuité lors du passage d'une image bidimensionnelle à son symétrique, il faut accéder à la troisième dimension, de même notre appareil sensoriel, s'il doit être capable de faire un lien entre la représentation et son correspondant extérieur, doit être quadridimensionnel[19].

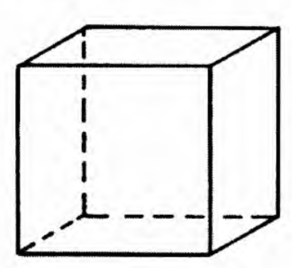


Figure 12

Si vous ne faisiez de représentations que bidimensionnellement, vous n'auriez qu'une image de rêve devant vous, mais nul soupçon qu'il y a là dehors un objet. Quand nous nous représentons un objet, nous plaquons directement notre « faculté de faire des représentations » sur les objets à travers l'espace quadridimensionnel.

L'homme n'était, en l'état astral, [pendant d'anciennes étapes de l'évolution] qu'un rêveur. Il n'avait que des images de rêve qui surgissaient en lui[20]. Il est ensuite passé du domaine astral dans l'espace physique. Nous avons défini mathématiquement, par là, le passage vers l'être matériel. Avant ce passage, l'homme était un être tridimensionnel * et, pour cela, il ne pouvait étendre ses représentations au monde des objets [tridimensionnels physico-matériels]. Mais quand il est devenu lui-même tridimensionnel, il a reçu en plus la quatrième dimension [et pouvait donc ainsi se représenter et ressentir le tridimensionnel].

* Avant la Lémurie et comme les animaux.

Grâce à l'organisation particulière de notre appareil sensoriel nous sommes capables de mettre nos représentations en coïncidence avec des objets extérieurs, nous traversons l'espace à 4 dimensions et appliquons nos représentations sur les objets extérieurs. Comment cela serait-il si nous pouvions observer à partir de l'autre côté, si nous pouvions pénétrer dans les objets et les voir à partir de là-bas ? Pour pouvoir le faire il nous faudrait traverser la quatrième dimension.

Le monde astral n'est pas par lui-même un espace à quatre dimensions. Mais le monde astral avec son reflet dans le monde physique est à quatre dimensions. Celui qui est capable de voir simultanément dans le monde physique et le monde astral vit dans un espace à quatre dimensions. La relation de notre monde avec le monde astral est quadridimensionnelle.

Il faut apprendre à comprendre ce qui distingue le point de la sphère. [En réalité] ce point ne serait pas un point passif, mais un point rayonnant de la lumière dans toutes les directions (figure 13).

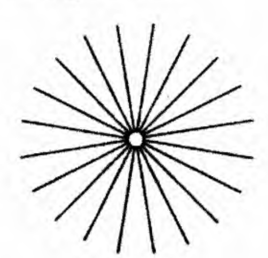


Figure 13

Que serait donc le « contraire » d'un tel point ? De même qu'il existe un dual [symétrique] opposé à la droite qui va de gauche à droite : la droite qui va de droite à gauche, de même existe un dual au point [rayonnant]. Nous nous représentons une boule* gigantesque, en réalité infiniment

* Imprécision des notes : le contexte ne permet pas de savoir avec certitude s'il s'agit d'une boule ou d'une sphère.

grande, qui répand de l'obscurité vers l'intérieur, qui y envoie de l'obscurité. Cette sphère* est le dual du point rayonnant la lumière.

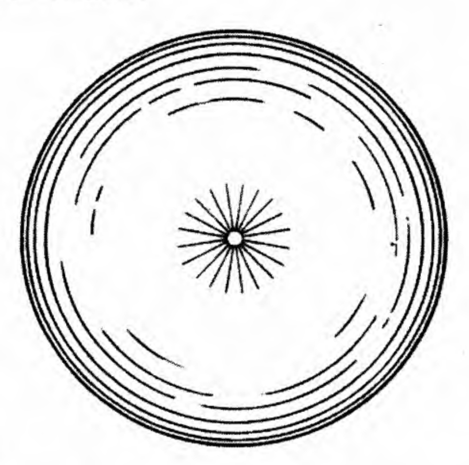


Figure 14

Ce sont deux véritables pôles: le point rayonnant la lumière et l'espace infini qui n'est pas un objet sombre neutre {sans lumière} mais qui, de toutes les directions, inonde l'espace d'obscurité. [Comme polarité on obtient] une source de lumière et une source d'obscurité. Nous savons qu'une droite disparaissant à l'infini revient de l'autre côté vers le même point. Il en est de même d'un point rayonnant de la lumière dans toutes les directions. Sa lumière revient [de l'infini] sous forme de son contraire: l'obscurité.

Considérons le cas opposé. Prenez le point comme source d'obscurité. En polarité on obtient un espace rayonnant de la luminosité de tous côtés.

Comme cela a été montré [dans la conférence précédente] cela se passe ainsi avec le point. Il ne se perd pas [à l'infini, il revient de l'autre côté] (figure 15).

* Imprécision des notes: Le contexte ne permet pas de savoir avec certitude s'il s'agit d'une boule ou d'une sphère.

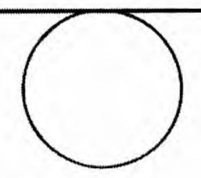


Figure 15

[De façon analogue, un point qui s'étend ou rayonne vers l'extérieur ne se perd pas à l'infini; il revient de l'infini sous forme de sphère]. La sphère, la boule* constitue le polaire du point. Dans le point vit l'espace. Le point est le dual de l'espace entier.

Qu'est [le dual] du cube? Rien d'autre que l'espace entier sauf le cube** : le complémentaire du cube. De telle manière que nous devons nous représenter le cube complet comme formé de l'espace infini plus son complémentaire. On ne peut se passer de la polarité si on veut se représenter le monde de façon puissamment dynamique. [Ainsi seulement] nous avons les choses dans leur vie.

Si l'occultiste se représentait le cube en rouge, l'espace [complémentaire] serait vert, car rouge est la couleur complémentaire du vert. L'occultiste n'a pas simplement des représentations pour lui-même; il a des représentations vivantes, non des représentations absconses***, mortes. L'occultiste doit arriver à pénétrer les objets à partir de lui-même. Nos représentations sont mortes, alors que les objets du monde sont vivants. Avec nos représentations « abstraites » nous ne vivons pas dans les choses concrètes. C'est pour cela qu'il nous faut nous représenter l'espace infini dans la couleur complémentaire en complément à l'astre

* En français, la sphère n'a qu'une surface. Seule la boule a un volume. Il s'agit ici d'une boule.
** « Ce dual du cube représente l'élément lumière » (Louis Locher-Ernst). La somme des angles solides extérieurs vaut en effet 7 « sphères ».
*** Le mathématicien oppose abscons à vivant – abstraction à concret. Confondre ces deux notions pose des difficultés quant à la précision. Dans ce cycle apparaît aussi le mot abstrait dans le sens restreint des mathématiciens.

rayonnant la lumière. En faisant de tels exercices on peut exercer, éduquer son penser; on acquiert la confiance: comment on peut se représenter les dimensions.

Vous savez que le carré est un être spatial à deux dimensions. Un carré composé de 4 parties carrées colorées en bleu et rouge est une surface qui rayonne différemment en différentes directions (figure 16). La capacité de pouvoir rayonner différemment dans différentes directions est une faculté tridimensionnelle. Nous avons donc les trois dimensions: longueur, largeur et faculté de rayonner.

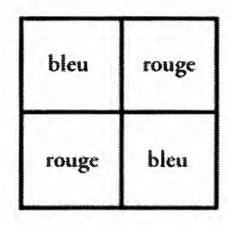


Figure 16

Ce que nous faisons ici avec la surface, considérons-le également effectué pour le cube. De même que précédemment le carré était décomposé en 4 parties carrées, de même nous pouvons considérer le cube construit avec 8 parties, 8 petits cubes (figure 17). On obtient d'abord les trois dimensions: hauteur, largeur et profondeur. À l'intérieur de chaque [partie] cubique il faudrait alors distinguer une certaine faculté de rayonner. Ainsi en addition à hauteur, largeur et profondeur une quatrième dimension se concrétise: la faculté de rayonner.

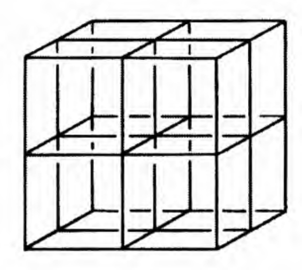


Figure 17

Vous pouvez vous représenter un carré formé de quatre parties carrées, un cube formé de huit parties cubiques. Et, maintenant, imaginez un corps qui n'est pas « cube » mais possède une quatrième dimension. Nous nous sommes donné la possibilité de le comprendre grâce à la faculté de rayonner. Chacune [des 8 parties] a une faculté de rayonner distincte. Si chacune a une façon de rayonner différente, alors il me faut, pour obtenir un cube rayonnant dans toutes les directions, rajouter à chaque petit cube rayonnant dans une direction un autre rayonnant dans l'autre sens, le dédoubler par un autre rayonnant dans l'autre sens. Il faut donc décomposer ce cube rayonnant en 16 parties[21].

Dans la prochaine leçon, nous aurons la possibilité de nous représenter un espace pluridimensionnel.

PREMIÈRE CONFÉRENCE
Berlin, 17 mai 1905

Mes chers amis, je continuerai aujourd'hui ce chapitre difficile que nous avons décidé d'étudier. Il sera d'une part nécessaire de tenir compte des différents points que j'ai touchés lors des deux conférences précédentes. Ensuite je voudrais aujourd'hui créer les bases et les concepts de base pour que nous puissions dans une dernière et une avant-dernière leçon acquérir complètement les intéressants points de vue pratiques de la théosophie à l'aide des modèles de monsieur Schouten[22].

Vous savez que nous avons essayé de nous représenter la possibilité d'un espace à 4 dimensions pour pouvoir acquérir au moins une espèce de concept de ce que l'on nomme le domaine astral, et aussi des domaines supérieurs, d'une existence supérieure. J'ai déjà indiqué que le fait d'accéder au domaine astral, au monde astral, a pour celui qui étudie l'occulte quelque chose de terriblement déroutant. Celui qui ne s'est pas occupé de plus près de ces questions, qui n'a même pas étudié théoriquement la théosophie, a d'énormes difficultés pour se faire une idée de la nature complètement différente des objets et des êtres que l'on rencontre dans ce que l'on appelle le monde astral. Laissez-moi indiquer encore une fois en quelques traits combien est grande cette différence.

Comme fait le plus simple, j'ai indiqué par ailleurs que nous devons lire tout nombre par symétrie. L'étudiant occultiste qui est seulement habitué à lire les nombres comme on les voit ici dans le monde physique ne pourra

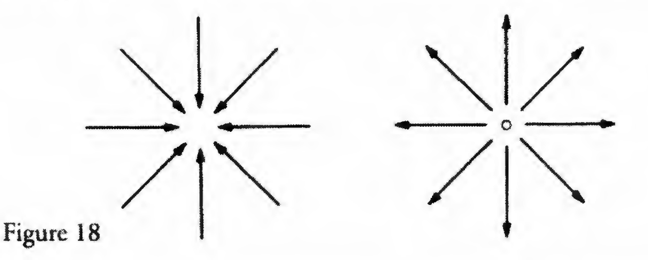
que difficilement se retrouver dans le labyrinthe de l'astral. Si dans l'astral vous avez un nombre, par exemple 467, il vous faut lire 764. Il faut vous habituer à lire toute chose symétriquement, [comme dans un miroir]. C'est la condition primordiale. C'est encore facile tant que nous sommes en face de formes de l'espace ou de nombres. Si nous arrivons aux relations concernant le temps, cela devient également symétrique et plus précisément de telle manière que le postérieur apparaît plus tôt et l'antérieur plus tard. Donc si vous observez des processus astrals il vous faut lire de l'arrière vers l'avant. Dans l'astral, le fils apparaît d'abord, puis le père, l'œuf est là et ensuite la poule. Dans le physique, c'est différent. Dans le monde physique, on naît d'abord et alors la naissance est l'apparition de quelque chose de nouveau à partir de quelque chose d'ancien. Dans l'astral, c'est inversé. Là-bas, l'ancien procède du nouveau. Dans l'astral, le paternel ou maternel absorbe le filial.

Les Grecs ont une jolie allégorie. Les trois divinités Ouranos, Chronos et Zeus représentent symboliquement les trois mondes. Ouranos représente le «ciel»: le *dévachan*; Chronos l'astral, Zeus le physique. De Chronos, il est dit qu'il dévorait ses enfants[23]. Dans l'astral, il n'y a pas de naissance, mais de la «consommation».

Mais cela devient vraiment compliqué quand nous recherchons sur le plan astral ce qui est de nature morale. Cela apparaît également dans une espèce de retournement, d'image en miroir. Et c'est pour cela que vous pouvez vous imaginer combien tout apparaît autrement que si nous interprétions les faits comme nous avons coutume de les interpréter dans le physique. Dans l'astral, nous voyons par exemple un animal sauvage s'approcher de nous. Il ne faut pas l'interpréter comme dans le physique. L'animal sauvage nous étrangle. C'est l'impression qu'a celui qui est habitué à lire ceci comme les événements extérieurs. Mais

l'animal sauvage est en réalité quelque chose à l'intérieur de nous, qui vit dans notre propre corps astral et qui nous étouffe. Ce qui s'approche de vous pour vous étrangler est en réalité quelque chose d'enraciné dans vos propres pulsions. Ainsi quand vous avez des pensées de vengeance vous pouvez ressentir ces pensées de vengeance comme un ange-étrangleur qui s'approche en venant de l'extérieur, vous apparaît et vous importune.

En réalité, dans l'astral, tout rayonne à partir de nous. Nous devons considérer tout ce que nous voyons s'approcher de nous dans l'astral comme rayonnant de nous (fig. 18). Cela vient de la sphère, de tous côtés, cela vient vers nous, cela pénètre en nous en quelque sorte comme venant d'un espace infini. Mais en réalité ce n'est rien d'autre que ce que notre propre corps astral envoie vers l'extérieur.


Figure 18

Nous ne lisons correctement l'astral, nous n'atteignons la vérité que si nous sommes aptes à amener le périphérique au centre et à considérer le périphérique comme central. L'astral semble venir vers vous, de tous côtés vers vous. Il faut le considérer ainsi : en réalité c'est quelque chose qui rayonne à partir de vous-mêmes dans tous les sens.

Je voudrais ici vous faire connaître une notion qui est très importante pour l'éducation « occulte ». Cela se balade (*spukt herum*) dans différents ouvrages sur la recherche « occulte », mais est rarement correctement compris. Celui qui a atteint un certain degré de développement occulte

doit apprendre à voir tout ce qui est d'origine karmique – joie, plaisir, douleur – dans l'environnement astral extérieur. Si vous pensez correctement au sens théosophique vous devez savoir clairement que notre corps n'est, au moment actuel, que la convergence de deux courants venant de directions opposées et qui confluent.

Considérez donc un courant venant du passé et un courant venant du futur. Vous avez alors deux courants confluents, se croisant au fond en tout point (fig. 9). Imaginez un courant rouge dans cette direction-ci et un courant bleu dans cette direction-là. Et représentez-vous dans cette coupe {de couper} par exemple quatre points. [Vous avez alors dans chacun de ces quatre points] une conjugaison des actions des courants rouge et bleu. [Une image de l'interaction] de quatre incarnations consécutives où dans chaque incarnation quelque chose vient d'un côté et quelque chose de l'autre. Là vous pouvez toujours dire: voici un courant qui vient vers moi et voici un courant que j'apporte. L'homme conflue à partir de ces deux courants.

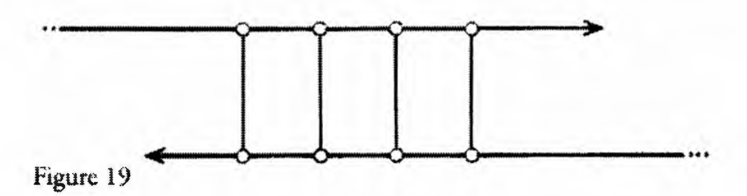


Figure 19

Vous en obtenez une représentation si vous considérez cette affaire ainsi. Vous êtes assis aujourd'hui ici et vous assistez à différents événements. Demain, à la même heure, vous aurez un autre ensemble d'événements autour de vous. Supposez par exemple que les événements que vous rencontrerez demain seraient déjà tous là. Vous vivriez alors la même expérience que si vous regardiez dans un panorama. C'est comme si ces événements s'approchaient de vous,

comme si spatialement ils venaient vers vous. Si vous vous imaginez que le courant venant de l'avenir vous amène ces événements, vous avez alors dans ce courant les événements entre hier et aujourd'hui. Vous vous laissez apporter le courant venant de l'avenir par les événements venant du passé.

À chaque instant, votre vie est une intersection de deux courants venant l'un de l'avenir vers le présent, et l'autre du passé vers l'avenir. Là où les courants se rencontrent a lieu une compression (*Stau*). Tout ce que l'homme a encore devant lui, il doit le voir émerger comme un fait astral. C'est quelque chose qui parle d'une voix incroyablement impressionnante.

Supposez que l'étudiant en occultisme arrive au point de son développement où il doit regarder dans le monde astral, où les sens lui sont ouverts de telle manière qu'il verrait apparaître autour de lui dans le monde astral ce qu'il aurait encore à vivre jusqu'à la fin de la période actuelle, sous un aspect extérieur. C'est une vision qui est très impressionnante pour chaque homme et qui le pénètre jusqu'au fond de l'âme. Nous devons donc dire que c'est une étape importante dans la discipline occulte : que se présente à l'homme sous forme de panorama astral ce qu'il va encore avoir à vivre jusqu'au milieu de la sixième grande époque de civilisation (car la suite de nos incarnations dure jusque-là). La voie lui devient accessible. Aucun étudiant en occultisme ne le [vivra] autrement que sous la forme de voir venir à lui comme image extérieure ce qu'il a encore devant lui jusqu'à la fin de la sixième grande époque.

Quand l'étudiant a progressé jusqu'au seuil, vient vers lui la question : Veux-tu vivre tout ceci dans le temps le plus court possible ? Car c'est de cela qu'il s'agit pour celui qui veut recevoir l'initiation. Si vous y réfléchissez, vous avez, au même moment, toute votre vie future devant vous, comme un panorama extérieur à vous. Voici de nouveau ce

qui caractérise la vision, l'aspect de l'astral. Pour l'un c'est ainsi qu'il se dit: Non; là je n'y vais point – pour l'autre: Il faut que j'y aille. C'est ce point de l'évolution que l'on appelle le «Seuil», la décision. Et l'apparition que l'on a là c'est soi-même avec tout ce que l'on doit encore expérimenter et vivre: le «Gardien du Seuil». Le Gardien du Seuil n'est donc rien d'autre que notre propre vie future. C'est nous-mêmes. Notre propre vie future se trouve derrière le Seuil.

Vous voyez encore une particularité du monde astral dans le fait que celui à qui un événement – et il existe de tels événements dans la vie – a brusquement ouvert le monde astral doit se trouver d'abord devant quelque chose d'entièrement incompréhensible. C'est un terrible instant que l'on ne pourrait imaginer plus déroutant, plus déconcertant pour tous ceux qui ne sont pas préparés, l'instant où le monde astral fait brusquement irruption à la suite d'un quelconque événement. Il est donc éminemment important de connaître ce dont nous venons de parler pour que, en cas d'irruption du monde astral, on sache comment se comporter. Il peut s'agir d'un événement pathologique: un relâchement des liens entre le corps physique et le corps éthérique, ou entre le corps éthérique et le corps astral. Par un tel événement, l'homme peut être mis dans la situation de se trouver de façon inopinée dans le monde astral et d'y jeter un regard. Si c'est le cas, il vient alors et raconte que telle ou telle chose lui apparaît. Il le voit, mais ne sait pas le lire parce qu'il ne sait pas qu'il faut le lire symétriquement, que toute bête sauvage qui se précipite vers lui, il doit l'interpréter comme le reflet de ce qui monte de lui. Les forces astrales et les passions apparaissent en fait dans le *kamaloka* sous les formes les plus variées du monde animal

Ce n'est pas un aspect particulièrement beau de voir au *kamaloka* des hommes récemment excarnés. À ce moment, ils ont encore toutes leurs passions, leurs pulsions, leurs

souhaits, leurs envies avec eux. Un tel homme n'a plus son corps physique, ni son corps éthérique, mais dans son corps astral il a encore tout ce qui l'a lié au monde physique, tout ce qui ne peut être satisfait que par le corps physique. Représentez-vous donc un bourgeois moyen de notre époque, qui n'est devenu rien de particulier dans sa vie passée, qui ne s'est pas non plus donné la peine d'atteindre quelque chose, qui n'a pas fait grand-chose pour son développement religieux, qui ne s'est peut-être pas débarrassé théoriquement de la religion mais pratiquement dans ce qu'il pensait et ressentait. Ce n'est pas chez lui un élément vivant. Qu'y a-t-il alors dans son corps astral ? Il n'y a que des choses pouvant être satisfaites par l'organisme physique. Il demande par exemple à satisfaire des plaisirs culinaires. Mais pour qu'il puisse les satisfaire il lui faudrait son palais. Ou bien il demande d'autres plaisirs que l'on ne peut satisfaire qu'en mouvant son corps physique. Supposez qu'il ait une telle envie, mais le corps n'est plus là. C'est l'état où se trouve celui qui est mort sans purification – et purgation – astrale. Il a encore envie de bien manger ou une autre envie, et n'a pas la possibilité de la satisfaire. Ainsi naît ce qui fait souffrir, ce qui est terrible dans la vie du *kamaloka*. C'est pour cela que l'homme doit se débarrasser des désirs au *kamaloka* s'il meurt sans avoir purifié son astralité. Ce n'est que quand le corps astral a appris qu'il ne peut plus satisfaire ses désirs et envies, qu'il lui faut s'en déshabituer, et qu'il est libéré.

Dans le monde astral, désirs et passions prennent des formes animales. Tant que l'homme est incorporé dans un corps physique, le corps astral s'oriente un peu à ce corps pour former sa stature, mais quand le corps extérieur n'est plus là, les pulsions, les passions, les désirs arrivent à se manifester tels qu'ils sont par leur propre

nature animale, dans leur forme propre. L'homme est ainsi dans le monde astral une image conforme de ses pulsions et passions.

Parce que ces êtres astrals peuvent se servir d'autres corps, il est dangereux de laisser des médiums partir en transe sans que soit à leur côté un clairvoyant capable d'empêcher que du mal arrive.

Dans le monde physique, le lion est l'expression plastique d'une certaine passion, le tigre l'est d'une autre, le chat d'une autre encore. Il est intéressant de voir comment chaque animal est l'expression plastique d'une passion, d'une pulsion.

Dans l'astral, dans le *kamaloka,* l'homme, à cause de ses passions, leur ressemble donc. C'est de là que vient l'erreur dans la compréhension des prêtres et maîtres de sagesse égyptiens et hindous, et leurs enseignements de sagesse quant au principe de la métempsycose. Vous devez vivre de manière à ne pas être incorporés dans des animaux, disait cet enseignement. Or cet enseignement ne parlait pas, en réalité, de vie terrestre, mais de vie supérieure, et ce qu'il voulait n'était rien d'autre que d'amener les hommes à vivre de telle manière qu'ils n'aient pas besoin de développer après leur mort des formes animales. Celui qui développe ce qui caractérise le chat apparaît au *kamaloka* comme un chat. Que, au *kamaloka* aussi, on apparaisse sous une forme humaine, tel était le sens des prescriptions de l'enseignement de la métempsycose. Les savants modernes n'ont pas compris les vrais enseignements, ils n'en ont qu'une représentation absurde.

C'est ainsi que nous avons vu que si nous accédons au plan astral, nous avons, dans tous les domaines – que ce soit dans le domaine des nombres, du temps ou de la vie morale – une image complètement retournée, une image en miroir, de ce que nous avons l'habitude de faire et de penser ici dans ce qui

est physique. Il faut nous habituer à lire de façon symétrique, car il faut pouvoir le faire quand nous accédons au plan astral.

S'habituer à lire de façon symétrique, l'homme peut le faire le plus facilement s'il se raccroche à des représentations mathématiques élémentaires comme nous l'avons indiqué ici dans la précédente conférence, et comme nous apprendrons de plus en plus à les connaître dans les suivantes. Je voudrais d'abord prendre une représentation très simple en me raccrochant à la représentation d'un carré. Représentez-vous un carré comme vous êtes habitués à le voir (fig. 20). Je vais dessiner ce carré de telle manière que les quatre côtés soient en quatre couleurs différentes.



Figure 20

Voici l'aspect physique du carré. Maintenant je voudrais d'abord vous dessiner au tableau l'aspect dévachanique du carré. On ne peut le faire avec exactitude, mais je voudrais néanmoins vous donner une représentation de ce dont un carré aurait l'air sur le plan mental. L'image qui correspond [au carré] est approximativement une croix (fig. 21).

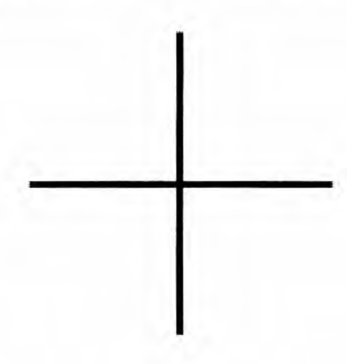


Figure 21

Nous avons à faire pour l'essentiel à deux axes orthogonaux se croisant. Deux lignes qui se traversent, et vous l'avez déjà. La contrimage physique naît par le fait que sur chaque axe est tracée une ligne orthogonale. Vous pouvez le mieux vous représenter la contrimage physique d'un carré mental comme la confluence de deux courants s'interpénétrant en se croisant et se compressant. Représentons-nous ces deux axes orthogonaux comme des courants, comme des forces qui agissent de l'intersection vers l'extérieur et, contre ces courants, mais cette fois-ci de l'extérieur vers l'intérieur, des contre-courants (fig. 22). Un carré pénètre alors dans le monde physique par le fait que l'on se représente ces deux courants de forces se compressant l'un l'autre, l'un venant de l'intérieur, l'autre de l'extérieur. Les courants de forces sont donc délimités par la compression.

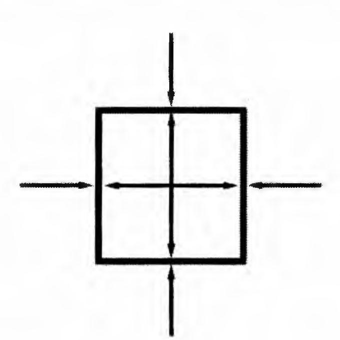


Figure 22

Je vous ai ainsi donné une image de la façon dont le mental se comporte en général vis-à-vis du physique. Vous pouvez de même construire la contrimage mentale de tout objet physique. Le carré n'est ici qu'un exemple particulièrement simple.

Si vous pouviez construire pour chaque objet du plan physique un correspondant qui se comporte vis-à-vis du physique comme se comportent des axes orthogonaux

vis-à-vis du carré, vous obtiendriez pour chaque objet physique sa contrimage dévachanique ou mentale. Mais avec d'autres objets c'est évidemment bien plus compliqué.

Représentez-vous maintenant un cube au lieu du carré. Le cube ressemble beaucoup au carré. Le cube est un volume délimité par six carrés. Ces six carrés qui délimitent le cube, monsieur Schouten les a fabriqués spécialement. Considérez donc maintenant, au lieu des quatre lignes délimitant le carré, six carrés délimitant le cube. Supposez qu'au lieu des lignes orthogonales qui se compriment, vous ayez des surfaces orthogonales, et admettez en outre que, en plus, nous n'ayons pas deux mais trois axes orthogonaux : alors ils délimitent le cube. Maintenant, vous pouvez probablement aussi vous représenter comment est le correspondant mental du cube. Le cube a trois axes orthogonaux et trois directions planes ; nous devons nous représenter dans ces surfaces des effets de compression (fig. 23). Les trois directions des axes, et les six surfaces – comme auparavant les deux axes et les quatre segments du carré – nous ne pouvons nous les représenter qu'en les considérant dans une certaine opposition.

Chacun qui réfléchit un peu devra se dire alors que nous ne pouvons nous représenter cela que si nous formons un certain concept de l'opposition, de l'opposition entre deux actions, et de la compression, du blocage, qui en résulte. Il vous faut introduire le concept d'opposé. Ici, c'est encore facile. Du fait que nous nous aidons en nous raccrochant à des concepts géométriques, nous en arriverons aussi à construire correctement les contrimages d'objets plus compliqués. Alors nous trouverons la voie et arriverons passablement à la connaissance supérieure. Mais vous pouvez déjà imaginer quelle colossale complication cela donne si vous considérez un autre objet et cherchez sa contrimage mentale. Là apparaissent bien des

formes compliquées. Et si vous voulez considérer un homme et sa contrimage mentale, avec toutes ses formes spatiales et son agir, vous pouvez vous imaginer quelle structure mentale compliquée cela donne! Ce n'est que de façon approchée que j'ai pu donner dans mon livre *Théosophie* une image de ce à quoi ressemblent les contrimages mentales.

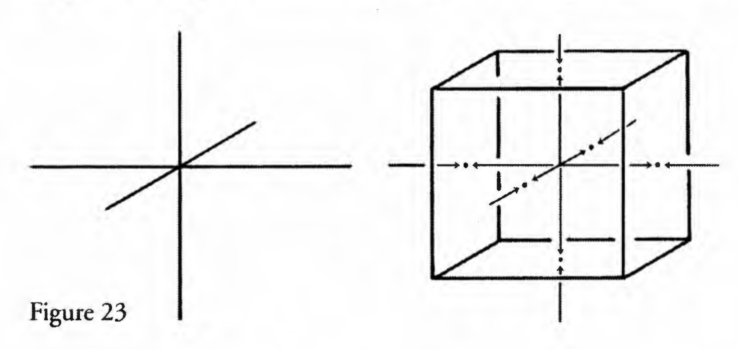


Figure 23

Pour le cube, nous avons trois expansions, trois axes. Sur l'axe, nous avons les plans orthogonaux correspondants. Il faut qu'il n'y ait maintenant pour vous plus de doute que cette opposition dont j'ai parlée doit être comprise de telle façon que chaque surface est née de l'intersection de deux courants ; un peu comme j'ai déjà décrit la vie humaine comme le fruit de deux courants. Vous pouvez vous imaginer que des courants partent du centre. Vous considérez l'espace comme coulant de l'intérieur vers l'extérieur dans la direction d'un axe et, dans l'autre sens, un autre courant venant de l'infini. Et cela, vous vous le représentez en deux courants : l'un rouge, l'autre bleu. Au moment où ils se rencontrent, ils vont couler dans une surface ; une surface naîtra. Nous pouvons donc considérer la surface d'un cube comme la rencontre de deux courants en une surface. Cela nous donne une représentation vivante de ce qu'est un cube.

Le cube est donc l'intersection de trois courants en interaction. Si vous réunissez cela en pensées, vous n'avez pas seulement affaire à trois dimensions, mais à six : avant-arrière, haut-bas, gauche-droite. Vous avez six directions. Et il en est effectivement ainsi. Cela se complique encore par le fait que vous avez deux catégories de courants : l'une ayant un point pour origine, l'autre venant à sa rencontre depuis l'infini. Cela vous donnera un point de vue pour ce qu'est l'utilisation pratique de la théosophie théorique supérieure. Je dois considérer chaque direction de l'espace comme la rencontre de deux courants opposés. Et quand vous vous représentez un objet physique, il est le résultat de deux courants confluents.

Appelons maintenant ces six directions : *a, b, c, d, e, f.* Si vous pouviez vous représenter ces six directions – et la prochaine fois nous y parviendrons – et supposiez en avoir supprimé deux en pensée, une fois la première et la dernière *a* et *f* éliminées, il vous en resterait quatre. Les quatre qui restent, ce sont celles que vous pouvez percevoir quand vous voyez le monde astral seul. Je vous prie d'en tenir compte.

J'ai essayé de vous donner une représentation des trois dimensions ordinaires, et des trois qui leur sont opposées – qui se comportent de manière opposée. Les objets physiques apparaissent du fait que ces dimensions s'opposent et, par leur action opposée, obtiennent un résultat. Si, en pensée, vous ôtez une dimension du physique et de l'autre côté une dimension du mental, il nous reste quatre dimensions. Celles-ci représentent alors le monde astral qui existe entre le monde physique et le monde mental.

Je voudrais encore vous montrer dans la grande nature, là dehors, un concept où a vraiment eu lieu une telle opposition et qui représente un profond mystère devant les yeux de l'homme. Dans le conte *le Serpent vert et la belle Lilie*, Goethe parle d'un « secret manifesté » ; et c'est

une des expressions les plus intelligentes et les plus vraies que l'on puisse concevoir. C'est vrai, il y a dans la nature des secrets que l'on « peut toucher du doigt » *, mais que les hommes ne voient pas. Nous avons souvent des processus de retournement dans la nature. Je vais vous en présenter un.

Comparons l'homme et la plante. Ce que je vais dire maintenant n'est pas un jeu, même si à première vue cela en donne l'air. C'est quelque chose qui indique un vrai mystère. Qu'a la plante dans le sol ? La racine. Et elle développe tige, feuille, fleur et fruit vers le haut. La plante a sa racine, sa tête, enfoncée dans le sol, et elle développe ses organes de la reproduction vers le haut, vers le soleil ; c'est ce que nous pourrions appeler la forme chaste de la reproduction. Représentez-vous toute la plante retournée ; la racine devenant la tête de l'homme. Alors vous avez l'homme qui a sa tête en haut et dont les organes de reproduction sont en bas : la plante retournée. Et l'animal est au milieu, comme la « confluence comprimée ». Les occultistes de tous les temps le dessinent avec trois traits (fig. 24).

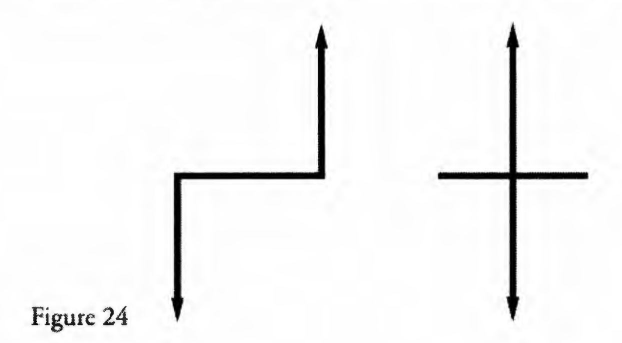


Figure 24

* Lit : saisir à pleines mains.

Un [trait] comme symbole de la plante, un comme symbole de l'homme, un dans l'autre sens comme symbole de l'animal – trois traits qui ensemble forment la croix. L'animal a la position perpendiculaire ; il « croise » donc ce que nous avons en commun avec la plante.

Vous savez, nous parlons d'une « âme globale » dont Platon nous dit qu'elle est crucifiée sur le corps de la Terre, clouée à la croix du corps de la Terre. Représentez-vous l'âme du monde comme plante, animal et homme et vous obtenez la croix. En vivant dans ces trois règnes, l'âme du monde est crucifiée sur cette croix. Ainsi vous trouverez un élargissement de la notion du « confluent comprimé ». Vous le trouverez dans la nature, élargi par quelque chose. Deux courants se complétant, divergents mais s'interpénétrant, forment la plante et l'homme. Là où est la compression se trouve l'animal. L'animal se place effectivement entre un courant ascendant et un courant descendant. C'est ainsi que le *kamaloka* se place entre le *dévachan* et le monde physique. C'est ainsi qu'entre les deux mondes qui se comportent symétriquement l'un par rapport à l'autre se place effectivement quelque chose qui agit entre eux, qui des deux côtés est comme une surface de confluence comprimée. L'image extérieure de ce monde du *kamaloka* est le monde animal.

Ceux qui ont déjà des organes pour ce monde, qui doit être saisi avec force, comprendront ce que nous devons voir dans les trois règnes et dans leurs relations mutuelles. Si vous considérez le règne animal comme produit par une confluence comprimée, si vous considérez les trois règnes comme issus de tels « compressions » réciproques, alors vous découvrirez la position qu'occupe le règne végétal vis-à-vis du règne animal, et celle du règne animal vis-à-vis du règne humain. Le règne animal est perpendiculaire aux deux autres directions, et les deux autres sont deux

courants complémentaires s'interpénétrant. [Dans chaque cas] le règne plus bas sert de nourriture au supérieur. Ceci permet d'éclairer d'un petit rayon de lumière la nature toute différente des parentés entre homme et animal, et entre homme et plante. Celui qui se nourrit d'animaux se met en affinité avec une « confluence comprimée »...

L'action véritable consiste en la rencontre de courants opposés. C'est le début d'un enchaînement de pensées que vous verrez peut-être apparaître plus tard de façon curieuse tout autrement encore.

Nous avons donc vu que le carré apparaît lorsque deux axes sont coupés par des lignes, le cube quand trois axes sont coupés par des surfaces. Pouvez-vous maintenant vous représenter quatre axes coupés par quelque chose ? Le cube est la limite de la formation de l'espace qui apparaît quand quatre axes sont « coupés ».

Le carré délimite le cube. Nous verrons la prochaine fois de quoi le cube est la limite. Le cube délimite une formation quadridimensionnelle.

Réponse aux questions

[Que signifie: considérer] six courants que l'on doit se représenter annihilés deux par deux?

Les six directions doivent être représentées en deux triplets: trois agissant de l'intérieur et le long des trois axes, les autres courants venant vers eux de l'infini. Pour chaque direction d'un axe il y a deux types: l'un allant de l'intérieur vers l'extérieur, l'autre dans le sens opposé venant de l'extérieur et allant vers l'intérieur. Prenons pour les deux catégories positif et négatif, plus et moins. Nous obtenons:

$$+a \qquad -a$$
$$+b \qquad -b$$
$$+c \qquad -c$$

[Et pour arriver au plan astral], nous devons nous imaginer toute une direction – son courant vers l'extérieur et son courant vers l'intérieur – annihilée: par exemple $+a$ *et* $-a$.

DEUXIÈME CONFÉRENCE
Berlin, 24 mai 1905

J'ai récemment essayé de vous donner schématiquement une représentation de l'espace à 4 dimensions. Mais ce serait très difficile si nous n'étions pas en état de nous faire une image de cet espace quadridimensionnel par une espèce d'analogie. S'il s'agissait de caractériser notre tâche, ce serait de présenter ici une structure quadridimensionnelle dans l'espace tridimensionnel. Nous n'avons d'abord que l'espace à trois dimensions à notre disposition. Si nous voulons raccrocher quelque chose d'inconnu à quelque chose de connu il nous faut ramener un quadridimensionnel dans les trois dimensions, tout comme nous avons représenté du tridimensionnel dans du bidimensionnel. Je voudrais maintenant montrer sous forme de vulgarisation scientifique – par la méthode de Hinton[26] – comment il est possible de représenter l'espace à 4 dimensions dans l'espace à 3 dimensions. Je voudrais donc montrer comment cette tâche peut être accomplie.

Laissez-moi d'abord partir de la manière avec laquelle on fait entrer l'espace à trois dimensions dans celui à deux. Notre tableau ici est un espace à deux dimensions. Si nous prenions, en plus de la longueur et de la largeur, une profondeur, nous aurions réuni les trois dimensions. Nous allons maintenant essayer de représenter sur le tableau une forme tridimensionnelle de manière très suggestive.

Le cube est une forme tridimensionnelle parce qu'il a une longueur, une largeur et une profondeur. Essayons de l'amener dans le bidimensionnel, c'est-à-dire dans le plan.

Si vous prenez le cube entier et le déroulez, ou plutôt le développez, vous pouvez procéder ainsi : Les faces, les six carrés, que nous avons dans l'espace à trois dimensions, nous pouvons les développer, les étendre dans le plan (fig. 25). Je puis donc me représenter ainsi les surfaces délimitant le cube, développées (dépliées) dans le plan en une figure en croix.

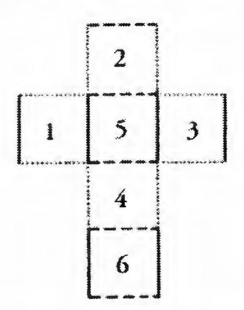


Figure 25

Ce sont six carrés qui se complètent pour refaire un cube si nous les replions – de telle manière que 1 et 3, 2 et 4, 5 et 6 soient opposés face à face. C'est ainsi que nous avons tout simplement posé une structure à trois dimensions dans le plan.

Voilà une méthode que nous ne pouvons pas utiliser directement pour dessiner la quatrième dimension dans l'espace à trois dimensions. Il nous faut chercher une autre analogie pour ce faire. Là, il nous faut recourir à l'aide des couleurs. Pour cela je caractériserai les six faces selon leur position par des couleurs différentes. Les carrés opposés du cube doivent avoir même couleur une fois dépliés. Les carrés 1 et 3, je les dessinerai de telle manière que certains côtés soient bleus (traits continus) et les autres rouges (traits pointillés). Puis je compléterai ces carrés en conservant le bleu pour la direction horizontale* (fig. 26). Je tracerai donc toutes les directions horizontales en bleu et toutes les verticales en rouge.

* Les droites horizontales étant considérées comme ayant une même direction.

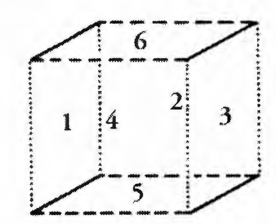


Figure 26

Si vous regardez les deux carrés 1 et 3, vous avez exprimé les deux dimensions qu'ont ces deux carrés en deux couleurs : le rouge et le bleu. Donc ici au tableau vertical où « colle » le carré 2, rouge signifierait pour nous la hauteur, et bleu la profondeur.

Retenons ceci : partout où apparaît la hauteur nous utilisons le rouge, partout où apparaît la profondeur le bleu ; et puis là où apparaît la largeur nous prendrons du vert (trait en tirés). Complétons maintenant ainsi le cube déplié (figure 25). Le carré 5 a des côtés qui sont bleus ou verts, donc le carré 6 doit avoir le même aspect. Il nous reste les carrés 2 et 4, et si vous les pensez repliés, cela fait que les côtés seront rouges et verts.

Maintenant, voyez-vous, si vous en prenez conscience, vous avez transformé les trois dimensions en trois couleurs. Pour hauteur, largeur, profondeur nous disons maintenant rouge (pointillés), vert (tirés), bleu (continu). Nous utilisons trois noms de couleurs au lieu de trois dimensions, et elles doivent en être des images. Si vous considérez le cube entier déplié vous pouvez, en plus des deux dimensions, vous expliquer la troisième comme si vous aviez par exemple laissé « marcher »* le carré bleu-rouge à travers le vert [de la gauche vers la droite dans la figure 26]. Cette « marche » à travers le vert, cette disparition dans la troisième dimension-couleur, nous la qualifierons de passage à

* « Marschieren » s'utilise pour un groupe de soldats. Littéralement « marcher au pas ».

travers la troisième dimension. Si maintenant vous supposez que la nuée verte colore le carré bleu-rouge, alors les deux côtés, le rouge comme le bleu, paraîtront colorés. Le bleu prendra une teinte bleu-vert, et le rouge une teinte terne, et ce n'est que là où s'arrête le vert que les deux réapparaîtront dans leurs couleurs initiales. Vous pouvez faire de même avec les carrés 2 et 4. Je laisserai donc le carré rouge-vert se mouvoir à travers un espace bleu, et vous pouvez procéder de même avec les carrés 5 et 6 où le carré bleu-vert devra traverser le rouge. Chaque carré vous le faites ainsi disparaître d'un côté et plonger dans une autre couleur. Elle prend elle-même une autre coloration par cette troisième couleur jusqu'à ce qu'elle sorte de l'autre côté comme elle était originellement.

Nous avons ainsi une représentation symbolique de notre cube à travers trois couleurs perpendiculaires entre elles. Nous avons tout simplement représenté les trois dimensions dont il est question ici par trois couleurs. Si nous voulons nous représenter quelles transformations subissent les trois paires de carrés, nous pouvons le faire en laissant une première fois passer les carrés à travers le vert, la deuxième fois à travers le bleu, la troisième fois à travers le rouge.

Considérez maintenant, au lieu des lignes colorées, les carrés en tant que tels {surfaces} et l'espace lui-même comme constitué partout par des carrés. Je puis alors dessiner toute cette figure encore autrement (figure 27). Nous dessinons le carré à traverser en bleu et les deux qui traversent – avant et après le passage – nous les dessinons à côté en haut et en bas, donc ici en rouge-vert. Dans une deuxième étape, je prends le carré rouge comme étant celui que les bleu et vert doivent traverser. Et dans une troisième étape nous avons ici le carré vert. À travers le carré vert passeront les deux couleurs correspondantes : le rouge et le bleu.

Vous voyez je vous ai maintenant montré une autre forme de mouvement à l'aide de 9 carrés dont seulement 6 font partie du cube : les carrés dessinés en haut et en bas du dessin. Les trois autres, ceux du milieu, sont des carrés de passage qui ne représentent rien d'autre que la disparition des couleurs dans une troisième. Nous devons donc toujours réunir deux couleurs pour le mouvement de traversée parce que chaque carré est composé de deux couleurs et disparaît dans la couleur qu'il ne possède pas. Nous faisons donc disparaître ces carrés pour qu'ils réapparaissent de l'autre côté. Le rouge et le bleu disparaissent à travers le vert, le rouge et le vert n'ont pas de bleu et disparaissent donc à travers le bleu, [le vert et le bleu disparaissent à travers le rouge].

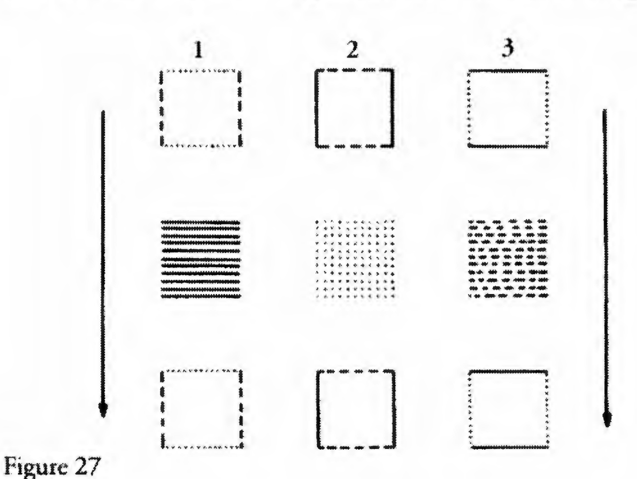


Figure 27

Vous voyez donc ainsi que nous avons la possibilité de composer notre cube par des carrés à deux dimensions-couleurs qui traversent la troisième dimension couleur[27].

Un raisonnement tout proche nous amène à prendre des cubes au lieu des carrés, et à composer ces cubes avec trois dimensions-couleurs – de telle manière que nous aurons trois dimensions, d'après les trois dimensions de

l'espace. Si nous voulons maintenant faire la même chose qu'avec le carré, il nous faut ajouter une quatrième couleur. Ainsi nous laisserons le cube disparaître de même, naturellement à travers une couleur qu'il ne possède pas lui-même. Au lieu des trois carrés de passage nous avons tout simplement 4 cubes de passage: bleu, blanc, vert et rouge. Donc nous avons des cubes à traverser au lieu des carrés à traverser. Monsieur Schouten a représenté ces cubes colorés dans ses modèles[28].

De même que nous avons fait passer un carré à travers un carré qui n'a pas sa couleur, il nous faut ici faire passer le cube à travers un cube qui n'a pas sa couleur. Nous ferons donc passer le cube blanc-rouge-vert à travers le cube bleu. D'un côté il plongera dans la quatrième couleur, et de l'autre il réapparaîtra dans ses couleurs initiales (figure 28.1).

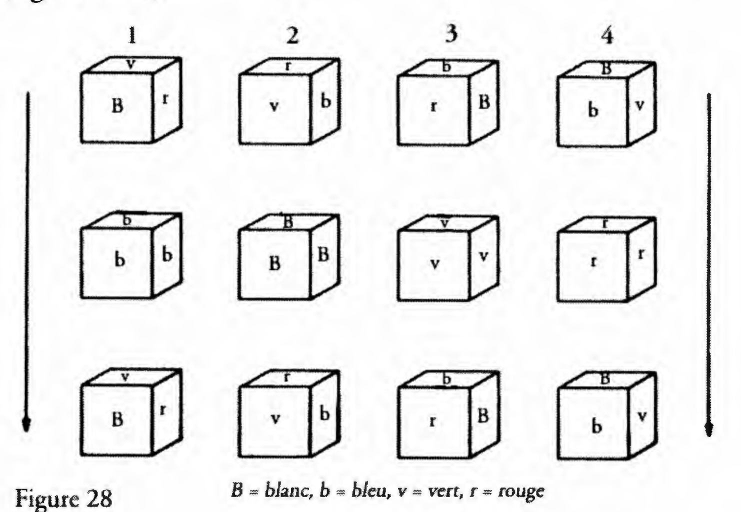


Figure 28 *B = blanc, b = bleu, v = vert, r = rouge*

Nous avons ici une dimension-[couleur] délimitée par deux cubes qui ont trois surfaces colorées. De la même façon, nous devons maintenant faire passer le cube vert-

bleu-rouge à travers le cube blanc (figure 28.2), ensuite de même le bleu-blanc-rouge à travers le vert (figure 28.3). Dans la dernière figure (28.4) nous avons un cube bleu-vert-blanc qui doit traverser une dimension rouge, c'est-à-dire qu'il doit disparaître dans une couleur qu'il ne possède pas pour ensuite réapparaître dans ses couleurs initiales.

Ces 4 cubes se comportent exactement comme le faisaient auparavant nos trois carrés. Si vous vous dites maintenant qu'il faut six faces pour que le cube soit délimité, ici il nous faudra 8 cubes[29] pour délimiter une structure quadridimensionnelle analogue: le tessaract[30]. Comme nous avons eu {en plus} 3 carrés auxiliaires qui ne signifiaient rien d'autre que la disparition à travers une autre dimension, nous aurons ici en tout 12 cubes qui se comportent comme ces 9 carrés dans le plan. Nous aurons alors fait avec les cubes exactement ce que nous avons fait auparavant avec les carrés. Et comme nous avons chaque fois choisi une nouvelle couleur, une nouvelle dimension s'est rajoutée. Nous pensons donc que nous nous représentons un corps ayant quatre dimensions en « images sous forme de couleur » par le fait que nous avons quatre couleurs différentes dans les quatre dimensions, où le cube a trois couleurs et traverse la quatrième.

Le sens de ce remplacement des dimensions par des couleurs consiste en ceci que, tant que nous restons dans les [trois] dimensions, nous ne pouvons pas amener les trois dimensions dans les deux dimensions du plan. Mais si nous prenons trois couleurs nous pouvons le faire. Nous procédons de même avec les quatre dimensions, si nous voulons les représenter de façon imagée dans l'espace à trois dimensions grâce aux couleurs. C'est de cette manière que je voudrais d'abord vous mener à des choses qui, autrement, sont tout de même compliquées. Cette

méthode a été utilisée par Hinton pour résoudre son problème : représenter des structures quadridimensionnelles dans l'espace tridimensionnel.

Je voudrais encore une fois étendre le cube dans le plan en le dépliant. Je vais le dessiner au tableau. Ne tenez d'abord pas compte du carré inférieur (de la figure 25), et supposez que vous ne puissiez voir qu'en deux dimensions, donc que vous ne puissiez voir que ce qui est étendu dans le plan. Si nous avons combiné 5 carrés comme ici et s'ils sont disposés de telle manière qu'un des carrés arrive au milieu, ce carré central reste invisible (figure 29). Vous avez beau tourner de tous côtés, vous ne pouvez voir le carré 5 car vous ne pouvez voir que dans les deux dimensions, [et les autres carrés le cachent].

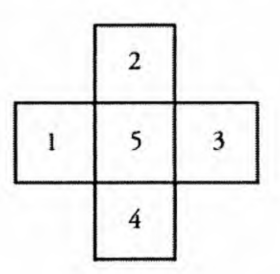


Figure 29

Maintenant, faisons avec 7 des 8 cubes-frontières qui forment le tessaract ce que nous avons fait avec 5 des 6 carrés du cube, en déployant la structure quadridimensionnelle dans l'espace [à trois dimensions]. Je veux disposer les 7 cubes d'une manière analogue à ce que j'ai fait sur le tableau avec les faces du cube : à la différence près que nous avons maintenant des cubes là où nous avions auparavant des carrés. Voici maintenant la figure de l'espace formée de façon analogue. Nous avons dans l'espace à trois dimensions la même chose que ce que nous avions auparavant dans la surface bidimensionnelle. Comme l'était

auparavant l'un des carrés, le septième cube est maintenant caché de tous les côtés ; un être n'ayant que la vision à trois dimensions ne pourra pas le voir (figure 30). Si nous pouvions replier ces cubes comme nous l'avions fait avec les carrés développés du cube, nous pourrions passer des trois aux quatre dimensions. Nous avons montré que grâce aux passages à travers les couleurs nous pouvons nous en faire une représentation[31].

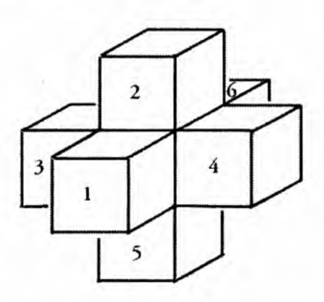


Figure 30

Nous avons au moins montré ainsi que, bien que les hommes ne puissent percevoir que trois dimensions, l'on peut tout de même se représenter l'espace à quatre dimensions. Vous pouvez encore vous demander comment on peut acquérir une représentation du véritable espace à quatre dimensions. Et là je voudrais faire allusion à ce que l'on appelle le « mystère alchimique » proprement dit. Car la vision authentique de l'espace à quatre dimensions correspond d'une certaine façon avec ce que les alchimistes appelaient la « métamorphose alchimique ».

[Première variante du texte :] *

Celui qui veut acquérir une « vue » ** authentique de l'espace à quatre dimensions doit faire des exercices avec

* Dans tout ce passage, « objectif » aura le sens de extérieur et « subjectif » de intérieur.
** « Vue » ou « vision » pour *Anschauung* (deux nuances un peu différentes).

des images bien déterminés. Ceux-ci consistent d'abord à obtenir une « vision » absolument claire, une « vision approfondie », non une représentation, de ce que l'on appelle l'eau. Une telle « vision » de l'eau n'est pas facile à obtenir. Il faut méditer longtemps, et se plonger dans la nature de l'eau avec grande précision, il faut en quelque sorte s'introduire, se glisser dans la nature de l'eau.

En deuxième lieu il faut s'efforcer d'acquérir une « vision » de la nature de la lumière. La lumière est bien quelque chose que l'homme connaît, mais qu'il ne connaît que comme il la reçoit de l'extérieur. En méditant, l'homme en arrive à obtenir une contrimage de la lumière extérieure ; il parvient à savoir par quoi et d'où naît la lumière, au point qu'il peut en arriver à produire, à créer lui-même quelque chose comme de la lumière. Le « yogi », [l'aspirant occultiste] acquiert cette faculté de produire de la lumière par la méditation. Celui qui peut vraiment rendre présents de purs concepts* dans son âme par sa méditation, qui peut vraiment faire agir par la méditation de purs concepts sur son âme, qui est capable de penser indépendamment du sensible, celui-ci le peut. Alors la lumière surgit du concept. Alors toute la périphérie, tout ce qui l'entoure s'éclaircit, se lève** comme une lumière fluante. Maintenant l'aspirant-occultiste doit en quelque sorte « combiner chimiquement » la « vision » qu'il s'est formée de l'eau avec la « vision » de la lumière. (La « vision » de) l'eau entièrement pénétrée, complètement pénétrée de lumière est une substance, un corps que les alchimistes nomment « *mercurius* ». Dans le langage des alchimistes, de l'eau plus de la lumière s'appelle : *mercurius*. Mais ce mercure alchimique n'est pas le mercure ordinaire. Ils ne l'auront

* Il semble bien s'agir de « purs concepts » et non simplement de « concepts purs ».
** « Lever » dans le sens qu'on a dans « le soleil se lève ».

pas [obtenu] sous cette forme. Il faut d'abord avoir éveillé en soi la faculté de produire de la lumière à partir de purs concepts. *Mercurius* est ce « mélanger la lumière avec la nature de l'eau », cette « force de l'eau pénétrée de lumière » dont on prend alors possession. C'est l'un des éléments du monde astral.

Le deuxième [élément] naît quand, comme on s'est formé une « vue » de l'eau, on se forme maintenant une « vue » de l'air, quand on aspire donc la force de l'air par un processus spirituel. Si par ailleurs vous concentrez d'une certaine façon du sentiment, vous produirez, vous enflammerez du feu par le sentiment. Si vous combinez en quelque sorte « chimiquement » la puissance de l'air avec ce qu'a produit le sentiment vous obtenez un « air-de-feu ». Vous savez que dans le *Faust* de Goethe il est question d'air-de-feu[32]. C'est quelque chose où doit collaborer l'intérieur de l'homme. Donc une composante est extraite, aspirée [à partir d'un élément donné, l'air], l'autre [le feu ou la chaleur] produite par vous-mêmes. Cet « air + feu » les alchimistes le nommaient soufre, *sulfur*, le lumineux air-de-feu.

Si vous avez ce lumineux air-de-feu dans un élément aqueux, vous avez en vérité cette matière [astrale] dont il est dit dans la Bible : et l'esprit de Dieu couvait sur les eaux[33].

[Le troisième élément apparaît quand] on soustrait de la puissance à l'élément terre et la combine avec [les forces spirituelles du] « son » ; on a alors ce qui est appelé [dans ce contexte] Esprit de Dieu. C'est pour cela qu'on l'appelle aussi « tonnerre ». L'Esprit de Dieu est « tonnerre », « terre + son ». L'Esprit de Dieu [plane donc au-dessus de la] matière astrale.

Cette « eau » n'est pas de l'eau ordinaire, mais ce que l'on appelle, au sens propre du mot, de la matière astrale. Celle-ci se compose de quatre espèces de forces : eau, air,

lumière et feu. La disposition de ces quatre forces se présente à la « vision » astrale comme étant les quatre dimensions de l'espace astral. C'est ainsi qu'elles sont en réalité. L'espace astral a un tout autre aspect que notre monde. Bien des choses que l'on considère comme étant astrales ne sont en réalité que des projections de l'astral dans l'espace physique.

Vous le voyez : ce qui est astral est à moitié subjectif [c'est-à-dire : donné passivement], à moitié de l'eau et de l'air car la lumière et le sentiment sont objectifs [c'est-à-dire : apparus par l'action du méditant]. Une partie seulement de ce qui est astral peut être trouvée à l'extérieur, peut être prise dans ce qui nous entoure. L'autre partie, il faut l'ajouter par notre activité personnelle. À partir des forces des sentiments et des concepts, on obtient le reste par objectivation. Dans l'astral, nous avons donc du subjectif-objectif.

Dans le *dévachan* il n'y a plus rien d'objectif [qui soit simplement donné] ; on y aurait qu'un élément purement subjectif.

Quand nous parlons de l'espace astral, nous sommes en présence de quelque chose que l'homme doit d'abord produire lui-même. Ainsi, tout ce que nous faisons ici est du symbolique : ce [n']est [qu']une représentation symbolique des mondes supérieurs – du monde dévachanique – qui sont une réalité dans le genre de ce à quoi j'ai fait allusion. Ce qui se trouve dans ces mondes supérieurs ne peut être atteint que si l'on développe en soi-même de nouvelles facultés de perception. L'être humain doit faire lui-même l'effort d'y contribuer.

[Deuxième variante du texte Vegelahn] :

Celui qui veut obtenir une « vision » de l'espace quadridimensionnel doit faire des exercices d'images bien

déterminés. Il se crée d'abord une « vision » approfondie tout à fait claire de l'eau. L'obtention de cette « vision » n'est pas évidente, il faut se plonger dans la nature de l'eau de façon très précise, s'y introduire*. En deuxième lieu, il faut se construire une « vision » de la nature de la lumière. La lumière est bien quelque chose que l'homme connaît ; mais seulement de manière à la recevoir de l'extérieur ; il peut, par la méditation, obtenir la contrimage de la lumière, savoir comment naît la lumière, et donc produire lui-même de la lumière. Celui qui est capable de laisser agir de purs concepts sur son âme par la méditation, qui a une manière de penser détachée des sens, peut le faire. Alors tout l'entourage s'épanouit sous forme de lumière fluante ; et maintenant, il faut qu'il combine en quelque sorte « chimiquement » la représentation** qu'il s'est faite de l'eau avec celle de la lumière. Cette eau entièrement pénétrée de lumière est un corps que les alchimistes appelaient *mercurius*. Mais le mercure des alchimistes n'est pas le mercure ordinaire. Il faut d'abord éveiller en soi la faculté de produire *mercurius* à partir du concept de lumière. *Mercurius*, la puissance de l'eau pénétrée de lumière devient alors notre propriété. Voici le premier élément du monde astral.

Le deuxième se crée quand vous vous faites une « représentation » aussi concrète de l'air, en extrayez, en aspirez la puissance par un processus spirituel, la combinez avec le sentiment en vous et enflammez ainsi en vous le concept « chaleur », « feu » ; vous obtenez alors de l'« air-de-feu ». Une composante est donc aspirée, l'autre vous la créez vous-mêmes. Cela – air et feu – les alchimistes l'appelait « soufre », *sulfur*, l'air-de-feu lumineux. Dans cet élément aqueux vous avez en réalité cette substance dont il est dit : l'esprit de Dieu planait au-dessus des eaux.

* Littéralement : « ramper dedans ».
** Il ne s'agit pas de représentation au sens habituel du mot. Cf. première version.

Le troisième élément est l'esprit-de-Dieu. C'est de la «terre» combinée avec du «son». C'est ce qui apparaît quand on extrait la puissance de la «terre» et la combine avec le son. Ces «eaux» ne sont pas des eaux ordinaires, mais ce que l'on appelle au fond la matière astrale. Celle-ci se compose de quatre sortes de forces: eau, air, lumière et feu. Et cela se présente comme les quatre dimensions de l'espace astral.

Vous voyez: ce qui est astral est à moitié subjectif, une partie seulement de ce qui est astral peut être tirée du voisinage; à partir des forces des concepts et des sentiments on obtient, en les objectivant, l'autre moitié. Dans le *dévachan* on aurait un élément purement subjectif; là-bas il n'y a rien d'objectif. Tout ce que nous pouvons faire ici n'est qu'une représentation en symboles, une représentation symbolique du monde dévachanique. Tout ce qui se trouve dans les mondes supérieurs vous ne l'atteindrez qu'en développant des vues nouvelles en vous-mêmes. L'homme doit faire lui-même un effort pour y contribuer.

TROISIÈME CONFÉRENCE

Berlin, 31 mai 1905

Nous avons essayé la dernière fois d'acquérir une représentation d'un objet de l'espace à 4 dimensions. Pour l'illustrer nous l'avons réduit à un objet tridimensionnel. Nous sommes partis de la transformation d'un objet tridimensionnel en un objet bidimensionnel. Au lieu des dimensions nous avons introduit des couleurs. Nous avons développé la représentation de telle manière que le cube apparaisse en trois couleurs dans le sens des trois dimensions. Nous avons appliqué ensuite les frontières du cube sur le plan; ce qui nous donna six carrés de couleurs différentes. Grâce à la différence de couleur des différents côtés, nous obtînmes les trois dimensions dans l'espace à deux dimensions. Nous avions trois couleurs, et avec elles nous avons représenté les trois dimensions.

Nous nous sommes ensuite représentés que nous transférions un carré-du-cube dans la troisième dimension, que nous le faisions passer comme à travers une brume colorée, et qu'il reparaissait de l'autre côté. Ce faisant, nous nous représentions avoir des carrés de passage de telle manière que les carrés du cube se déplacent à travers eux et se laissent ainsi teinter par les couleurs du carré traversé. C'est ainsi que nous avons essayé de nous représenter le cube. [Pour la représentation monodimensionnelle des] surfaces, nous avions donc deux couleurs-frontières, et pour [la représentation bidimensionnelle du] cube, trois couleurs. Pour représenter un objet quadridimensionnel dans l'espace tridimensionnel, il nous faut encore une couleur-frontière supplémentaire.

Il nous faut maintenant nous représenter que, par analogie avec le carré qui a deux couleurs-frontières, le cube a des surfaces-frontières de trois couleurs différentes. Et finalement chaque cube passe à travers un cube qui a la quatrième couleur correspondante. Nous le faisons donc disparaître dans la quatrième couleur-dimension.

Suivant en cela l'analogie de Hinton, nous faisons donc passer chaque cube-frontière correspondant à travers les nouvelles [quatrièmes] couleurs, puis réapparaître ensuite sur l'autre côté, dans ses couleurs [originelles].

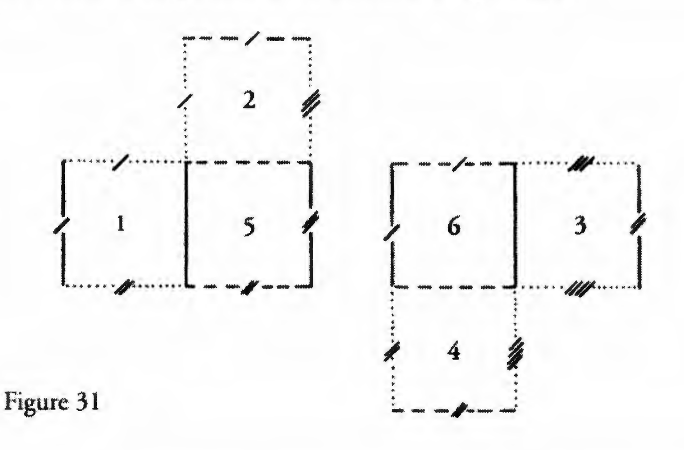


Figure 31

Je vous donnerai maintenant une autre analogie et réduirai de nouveau d'abord les trois dimensions à deux, de manière à ce que nous devenions capables de réduire quatre dimensions à trois. Pour cela, il faut nous représenter ce qui suit : le cube peut, en ce qui concerne ses surfaces-frontières, être composé par ses six carrés-frontières ; mais au lieu que, comme récemment, l'expansion se passe de façon consécutive [regroupée], cela se passera cette fois différemment. Je vais faire encore un dessin (figure 31). Vous voyez : nous avons maintenant développé le cube en deux « systèmes » qui se trouvent dans le

plan et se composent chacun de trois carrés. Nous devons être au clair sur la position des différents domaines quand nous recomposerons effectivement le cube. Je vous prie donc d'être bien attentifs. Si je veux recombiner le cube à partir de ces 6 carrés, il faut que les deux « partis » * soient disposés de telle manière que le carré n° 6 se trouve au-dessus du carré n° 5. Si ainsi le carré n° 5 se trouve en bas, il me faut plier les carrés n° 1 et n° 2 vers le haut, les carrés n° 3 et n° 4 par contre, vers le bas (figure 32). Nous obtenons ce faisant des segments correspondants se superposant. Les segments marqués d'une même couleur se superposeront [marqués ici par une même qualité de trait]. Ce qui se trouve ici dans le plan, l'espace à deux dimensions, se met en quelque sorte en coïncidence quand je vais dans l'espace à trois dimensions.

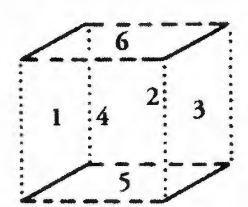


Figure 32

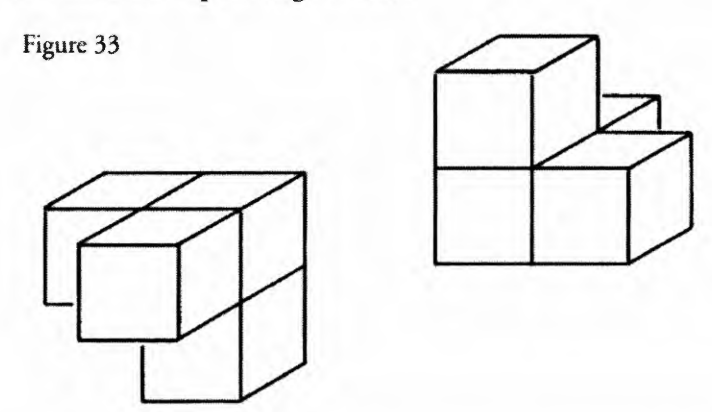
Le carré comporte 4 segments, le cube 6 faces, et le domaine correspondant à 4 dimensions devrait alors se composer de 8 cubes[29]. D'après Hinton nous l'appellerons tessaract. Il importe maintenant que ces huit cubes ne doivent pas simplement se recombiner en un cube, mais il faut que chaque cube traverse la quatrième dimension, de la façon qui lui corresponde.

Si maintenant je veux faire avec le tessaract la même chose que ce que je viens de faire avec le cube, il me faut

* « Partis » participe passé du verbe « partir » dans le sens de « partager » (nous partissons).

respecter la même loi. Il s'agit de trouver des analogies entre le passage du tridimensionnel au bidimensionnel et celui du quadridimensionnel au tridimensionnel. De même que j'ai obtenu ici deux systèmes de trois carrés, de même, dans le cas du tessaract, j'obtiens deux systèmes de quatre cubes quand je développe un tessaract quadridimensionnel dans un espace tridimensionnel. Cette formation aura cet aspect (figure 33).

Figure 33



Il faut prendre ces quatre cubes dans l'espace à trois dimensions, exactement comme ces carrés dans l'espace à deux. Il vous faut seulement regarder avec précision ce que j'ai fait ici. En développant le cube dans un espace bidimensionnel, on obtenait un système de six carrés; lors du processus correspondant au tessaract nous obtenons un système de huit cubes (figure 34). Nous avons transféré l'étude de l'espace tridimensionnel dans l'espace à quatre dimensions. [Au fait de relever et joindre les carrés dans l'espace à trois dimensions correspond le fait de relever et joindre les cubes dans l'espace à 4 dimensions]. Dans le cas du cube développé [dans l'espace bidimensionnel] on obtenait des segments en correspondance qui se superposaient quand on les relevait. La même chose se produit maintenant avec les

faces des cubes du tessaract. [Dans le cas du tessaract développé dans l'espace à trois dimensions, on obtient des faces correspondantes aux cubes correspondants.] La face horizontale supérieure du cube n° 1 coïncidera donc avec la face avant du cube n° 5 – en tenant compte de la quatrième dimension.

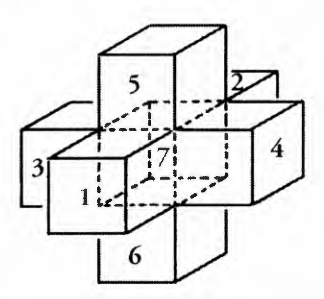


Figure 34

De même la face droite du cube n° 1 avec le carré avant du cube n° 4, le carré gauche du cube n° 1 avec le carré avant du cube n° 3 [et le carré inférieur du cube n° 1 avec le carré avant du cube n° 6]. Et de même pour les autres faces. Il reste le cube n° 7 enfermé entre les six autres[34].

Vous voyez, il s'agit ici de trouver des analogies entre la troisième et la quatrième dimension. De même qu'un cinquième carré enfermé entre quatre carrés reste invisible à un être bidimensionnel – comme nous l'avons vu dans la figure correspondante de la dernière fois –, de même ce sera le cas pour le septième cube: il restera caché aux yeux tridimensionnels. À ce septième cube correspond dans le cas du tessaract un huitième cube qui, comme nous sommes dans un espace à quatre dimensions, se trouve dans l'espace à quatre dimensions en polarité avec le septième.

Toutes ces analogies ont pour but de nous préparer à la quatrième dimension. Rien ne nous oblige [lorsque nous regardons simplement l'espace] de joindre les autres dimensions aux dimensions habituelles. À la suite de

Hinton, nous pouvons également rajouter des couleurs par la pensée de façon que les couleurs correspondantes se retrouvent. Il est difficile de trouver une autre manière pour indiquer comment il faut se représenter une structure de l'espace à quatre dimensions!

Je voudrais maintenant vous parler encore d'une autre façon, qui vous donnera la possibilité de mieux voir de quoi il s'agit au fond. Ceci est un octaèdre délimité par huit triangles, où les faces se rencontrent selon des angles obtus (figure 35).

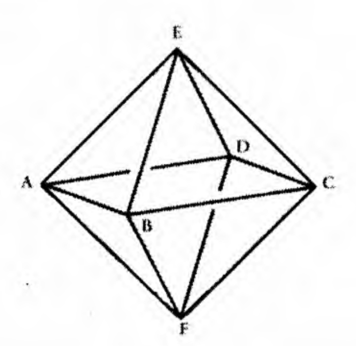


Figure 35

Si vous vous représentez cette forme, je vous prie de raisonner avec moi de la façon suivante. Vous le voyez, ici, une face est toujours coupée par une autre. Deux faces se rencontrent par exemple ici en *AB*, et là deux autres en *EB*. Toute la différence entre le cube et l'octaèdre réside dans les angles-dièdres selon lesquels se coupent les faces*. Si les faces se coupent comme c'est le cas pour le cube, orthogonalement, il se forme un cube. Mais si elles se coupent comme ici, cela donne un octaèdre. Il s'agit de faire se couper les faces selon différents angles, et l'on obtient les multiples formes spatiales[35].

* Visiblement Steiner regarde les polyèdres de l'extérieur (selon le contrespace).

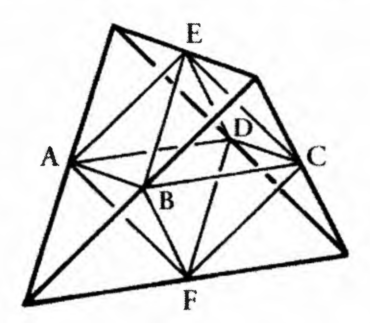


Figure 36

Supposons maintenant que nous puissions aussi amener les plans formant les faces de l'octaèdre à se couper autrement. Supposons par exemple cette face *AEB* prolongée dans tous les sens, ainsi que cette face inférieure *BCF* (figure 36). Puis également les faces arrières *ADF* et *EDC*. Ces faces sont alors également obligées de se couper, et elles se coupent de manière doublement symétrique. Si vous prolongez ces faces ainsi, *ABF*, *EBC* et par-derrière *EAD* et *DCF* disparaissent. Des 8 faces initiales il n'en reste que 4. Et les 4 qui restent forment ce tétraèdre que l'on qualifie aussi de moitié d'un octaèdre*. C'est la moitié d'un octaèdre parce qu'elle amène à se couper la moitié des faces. Ce n'est pas la moitié que l'on obtiendrait en coupant l'octaèdre en deux en son milieu. [À partir des 4 autres faces on obtient un autre tétraèdre et leur intersection redonne l'octaèdre du début]. En stéréométrie [cristallographie géométrique], on ne qualifie pas de « moitié » ce que l'on obtient par division mais ce qu'on obtient en divisant [le nombre de] côtés par deux. On peut facilement se le représenter dans le cas de l'octaèdre[36].

Si vous bipartissez en pensées un cube de la même façon, si donc vous laissez ici une face se couper avec la

* « Moitié » parce qu'il n'a que la moitié des faces ; mais aussi parce que son volume extérieur est plus petit.

face correspondante, vous obtenez encore un cube. La moitié d'un cube est de nouveau un cube. Je voudrais en tirer une importante conclusion, mais je prendrai auparavant encore quelque chose d'autre pour nous aider[37].

J'ai ici un cube-dodécaèdre rhombique [à 12 faces] (figure 37). Vous voyez que les faces se rencontrent selon des angles bien précis. On peut voir ici en même temps un système de quatre fils que je voudrais nommer fils-axes. Ils joignent certains sommets opposés. [Ce sont donc des diagonales]. Ils représentent un système d'axes comme vous vous êtes représenté la présence d'un système d'axes du cube[38].

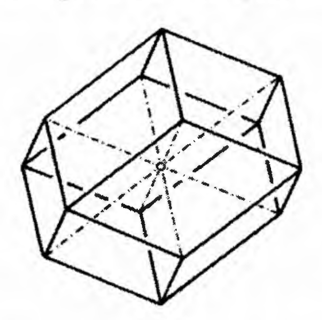


Figure 37

On obtient un cube lorsque, à partir de trois axes orthogonaux, on fait apparaître des faces par pression de deux courants opposés.

Si on laisse les axes se couper selon d'autres angles, on obtient une autre forme spatiale. Le dodécaèdre rhombique a des axes qui se coupent sous d'autres angles que des angles droits[39].

La « bipartition » du cube redonne un cube. Ce n'est le cas que pour le cube. Le dodécaèdre rhombique donne également une autre forme de l'espace avec la moitié des faces[40].

Considérons maintenant la relation entre l'octaèdre et le tétraèdre. Ce dont il est question apparaît clairement quand on transforme progressivement l'octaèdre en tétraèdre. Prenons pour cela un tétraèdre auquel nous

ôtons les coins aux sommets (figure 38). Il subsistera l'octaèdre esquissé.

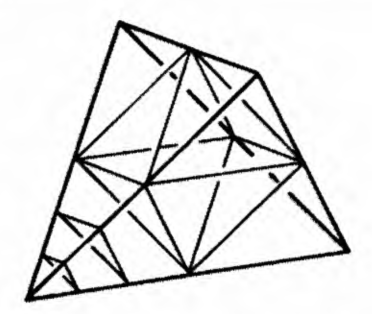


Figure 38

Nous obtenons ainsi une forme à huit faces à partir d'une forme déterminée par quatre sommets en coupant les coins aux angles correspondants comme indiqué en un des sommets sur la figure 38.

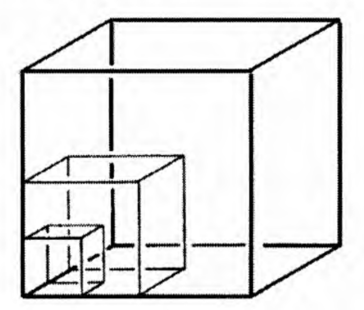


Figure 39

Ce que nous avons fait avec le tétraèdre, nous pouvons aussi le faire avec le cube[41]. Le cube a des propriétés bien particulières. Il est en effet le « dual » de l'espace tridimensionnel ; il est en polarité avec l'espace tridimensionnel. Imaginez l'espace tout entier structuré de manière à avoir trois axes orthogonaux : vous obtenez un cube dans tous les cas (fig. 39). On dit donc que le cube – en appelant cube le cube théorique * – est le dual de l'espace à trois

* C'est-à-dire le « principe » du cube. Une notion que l'on ne peut pas « voir », mais plutôt « entendre ».

dimensions. De même que le tétraèdre est en polarité avec l'octaèdre quand on amène les faces de l'octaèdre à se couper sous certains angles, de même le cube est en polarité avec l'espace tout entier[42]. Si vous considérez l'espace entier comme positif, le cube est négatif. Le cube est en polarité avec l'espace entier. L'espace a en l'espèce du cube une forme qui, au fond, lui correspond.

Supposez maintenant que je ne borne pas l'espace [tridimensionnel] par des plans bidimensionnels, mais que je le borne par six sphères [structures bidimensionnelles plongées dans l'espace tridimensionnel].

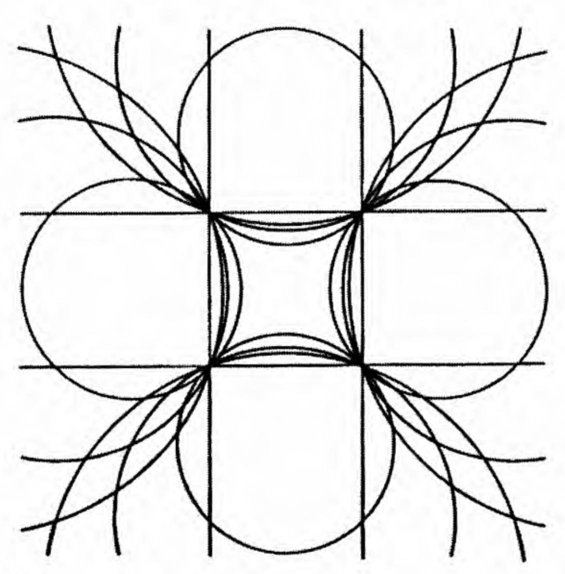


Figure 40

Je borne d'abord l'espace bidimensionnel par quatre «disques avec leurs cercles«* se chevauchant [donc des structures monodimensionnelles plongées dans le bidimensionnel]. Vous pouvez vous imaginer que ces quatre

* Il s'agit ici du mot signifiant cercle *et* disque.

cercles deviennent de plus en plus grands et que leur centre s'éloigne de plus en plus; avec le temps ils finiront par devenir des droites (figure 40). Vous obtenez alors des droites s'intersectant, et au lieu des quatre cercles* un carré**.

Imaginez maintenant des boules à la place des disques, et qu'elles soient six, de manière à former une espèce de mure (figure 41). Si vous considérez qu'il se passe la même chose avec les boules qu'auparavant avec les disques qui avaient des rayons de plus en plus grands, les sphères borneront finalement le cube comme auparavant les cercles bornaient le carré.

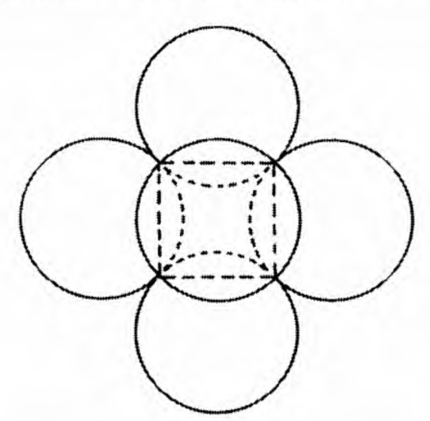


Figure 41

Le cube est maintenant apparu par le fait que nous avions six boules qui se sont aplaties. Le cube n'est donc rien d'autre que le cas particulier de six boules s'entrecroisant – comme le carré n'est rien d'autre que le cas particulier de quatre disques s'entrecroisant.

S'il est clair pour vous que vous devez vous représenter ces six boules de telle manière qu'amenées dans le plan elles correspondent à notre carré initial, si vous considérez

* Il s'agit ici du mot signifiant cercle *et* disque.
** Il doit s'agir du carré « extérieur ».

une forme absolument ronde se transformant en (une qui est) droite, vous obtenez la forme spatiale la plus simple. Le cube peut être considéré comme un aplatissement de six boules qui se chevauchent.

Vous pouvez dire de chaque point du cercle que, pour en partant de lui arriver à un autre, il lui faut traverser l'espace bidimensionnel. Mais si vous avez laissé croître le cercle au point qu'il devienne une droite, on pourra aller de chaque point de la droite à chaque autre en restant dans une {seule} dimension.

Nous considérons le carré comme borné par des formes plongées chacune dans deux dimensions. Tant que chacune des quatre frontières est un cercle, elle est bidimensionnelle. Quand elle est devenue droite, elle est monodimensionnelle.

Chaque face-frontière d'un cube est née d'une forme plongée dans le tridimensionnel de manière telle que chacune des six boules ait perdu une dimension. Une telle face-frontière est donc née par le fait que les trois dimensions ont été réduites à deux, qu'elle a en quelque sorte été « développée ». Elle a donc perdu une dimension. On pourrait donc se représenter toute dimension spatiale dans sa naissance comme ayant perdu une dimension correspondante plus élevée.

De même que nous avons obtenu une forme tridimensionnelle avec des limites bidimensionnelles en réduisant des formes-frontières à trois dimensions, nous devons en déduire, en considérant l'espace tridimensionnel, que nous avons à nous représenter chaque direction comme aplatie, et plus précisément aplatie à partir d'un cercle infini dans lequel en avançant toujours dans la même direction vous reviendriez de l'autre côté. C'est ainsi que toute dimension [ordinaire] de l'espace est née en perdant la dimension correspondante immédiatement supérieure.

Dans notre espace tridimensionnel est enfoui un système à trois axes. Ce sont trois axes perpendiculaires qui ont perdu les autres dimensions correspondantes et sont ainsi devenus plats.

Vous obtenez donc l'espace à trois dimensions en redressant chacun des trois axes. En procédant en sens inverse, chaque partie de l'espace pourrait être re-courbée. Alors apparaîtrait [la succession de pensées suivante] : si vous courbez une forme monodimensionnelle vous en obtenez une bidimensionnelle ; en courbant une bidimensionnelle vous obtenez une tridimensionnelle. Si finalement vous courbez une tridimensionnelle vous obtenez une quadridimensionnelle, de telle sorte qu'une quadridimensionnelle peut aussi être représentée comme obtenue par courbure d'une tridimensionnelle*.

Et alors je passe de ce qui est mort à ce qui est vivant. Par cette action de courber, vous pouvez trouver le passage du mort vers le vivant. L'espace à quatre dimensions s'est « singularisé » [lors de la descente dans les trois dimensions] de manière à s'aplatir. La mort n'est [pour la conscience humaine] rien d'autre qu'une courbure du tridimensionnel dans les quatre dimensions. [Pour le corps physique pris pour lui-même, c'est le contraire : la mort est un aplatissement du quadridimensionnel dans le tridimensionnel].

* Dans tout cet alinéa il ne s'agit pas de la dimension intrinsèque, mais de celle nécessaire pour pouvoir penser – se représenter – la courbe ou la surface.

QUATRIÈME CONFÉRENCE
Berlin, 7 juin 1905

Je voudrais, autant que possible, terminer cette série de conférences sur la quatrième dimension aujourd'hui, bien que je souhaite vous présenter encore un système compliqué de façon plus approfondie. D'après Hinton je devrais encore vous présenter de nombreux modèles; je ne puis donc que vous renvoyer aux trois livres détaillés et pleins d'esprit[44] qu'il a écrits.

Qui n'a pas la volonté de se faire une image par des analogies comme nous l'avons entendu dans les précédentes conférences, ne peut évidemment pas se faire une représentation de l'espace à 4 dimensions. Il s'agit d'une nouvelle façon de s'y prendre pour former les pensées.

J'aimerais vous aider à construire une vraie image du tessaract [en projection parallèle]. Vous savez: dans l'espace à 2 dimensions, nous avons le carré qui est délimité par 4 côtés. Voici le cube tridimensionnel délimité par 6 carrés (fig. 42).

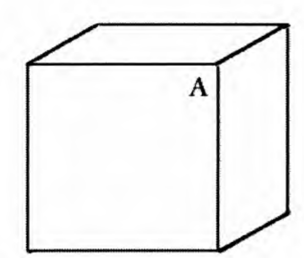


Figure 42

Dans l'espace à 4 dimensions nous avons le tessaract. qui est délimité par 8 cubes. La projection d'un tessaract

[dans l'espace à 3 dimensions] se compose donc de 8 cubes imbriqués. Nous avons vu comment, dans l'espace à 3 dimensions, ces cubes peuvent être imbriqués. Aujourd'hui, je veux vous présenter un autre type de projection du tessaract[45].

Vous pouvez vous représenter que le cube, quand vous le tenez contre la lumière jette une ombre sur le tableau. Cette figure d'ombre nous pouvons la concrétiser à la craie (fig. 43). Vous voyez que cela devient un hexagone. Imaginez maintenant que ce cube soit transparent, alors vous pourrez remarquer que les trois faces avant et les trois faces arrières tombent sur la même surface.

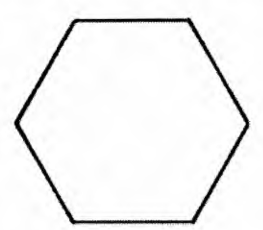


Figure 43

Pour que nous obtenions une projection qui soit applicable au tessaract, je vous prie de penser que le cube se trouve devant vous de telle façon que le point avant *A* recouvre le point arrière *C*. Tout cela donne, si vous laissez la troisième dimension de côté, de nouveau une ombre* hexagonale. Pour cela je vais vous dessiner cette figure (figure 44).

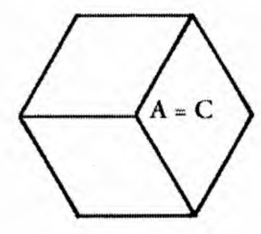


Figure 44

* Ombre et projection sont un même mot en allemand.

Le cube ainsi «pensé», vous verriez ici les trois faces avant; les faces arrière se trouveraient derrière elles. Les surfaces vous paraissent raccourcies et les angles ne paraissent plus droits. Vous voyez ainsi le cube représenté de telle manière que, pour l'aspect plan, il donne un hexagone régulier. Ainsi nous avons obtenu dans l'espace à deux dimensions une image d'un cube à trois dimensions. Parce que, par la projection, les arêtes sont raccourcies et les angles modifiés, nous devons nous représenter les six carrés-frontière du cube en tant que carrés modifiés: des losanges[46].

Le même processus – un cube tridimensionnel projeté dans un plan –, nous voulons le faire avec un corps de l'espace quadridimensionnel que nous devons introduire dans l'espace à trois dimensions. Il faut donc faire entrer le tessaract, qui se compose de huit cubes, dans la troisième dimension. Nous avons obtenu pour le cube trois arêtes visibles et trois arêtes invisibles qui sont toutes dans l'espace et qui, dans la réalité, ne sont pas dans le plan de projection. Imaginez maintenant un cube déformé au point de devenir un cube rhomboédrique[47]. Si vous prenez huit de ces structures, vous avez la possibilité de réunir ces huit cubes-frontière de manière que les huit cubes rhombiques [doublement superposés] donnent cette figure spatiale [le dodécaèdre rhombique] (fig. 45).

Maintenant, vous avez un axe de plus [que dans le cube tridimensionnel]. Un objet de l'espace quadridimensionnel a, par conséquent, évidemment quatre axes. Si nous le comprimons, il nous reste toujours encore quatre axes. Il se trouve donc dans cette projection huit cubes comprimés. Le dodécaèdre rhombique est une image symétrique ou image-reflet du tessaract dans l'espace tridimensionnel[48].

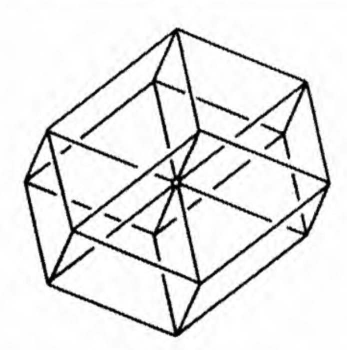


Figure 45

Nous y sommes arrivés par une analogie, mais une analogie qui est entièrement exacte : de même que nous avons obtenu une projection plane du cube, de même nous pouvons réellement représenter le tessaract par une projection dans l'espace tridimensionnel. Elle se comporte de la même façon que la silhouette du cube par rapport au cube lui-même. Je pense que ceci on peut très bien le comprendre.

Je voudrais maintenant me référer à la plus grandiose image qui en a jamais été donnée : à Platon et Schoppenhauer en ce qui concerne la parabole de la caverne[49].

Platon dit : Que l'on imagine des hommes assis dans une caverne, et qu'ils soient tous ligotés de manière à ne pas pouvoir tourner la tête ni regarder ailleurs que sur le mur devant eux. Derrière eux se trouvent des gens qui font passer les objets les plus divers. Ces personnages et ces objets sont tridimensionnels. Les hommes regardent sur le mur et ne voient que les ombres qui s'y trouvent projetées. Ils ne voient de tout ce qui est dans cette pièce que les ombres projetées sur le mur opposé sous forme d'images bidimensionnelles.

Pour Platon, c'est en réalité vraiment ainsi dans le monde. En réalité les hommes sont assis dans la caverne. Et les gens et tous les objets sont en réalité quadridimensionnels ; et ce que les hommes en voient ne sont que des images dans l'espace tridimensionnel[50].

C'est ainsi que se présentent les objets que nous voyons effectivement. Pour Platon, nous ne pouvons pas voir les objets réels, mais seulement leurs images, leurs reflets tridimensionnels. Ma main, je n'en vois qu'une image-projetée*; en vérité, elle est quadridimensionnelle, et ce que les hommes en voient n'en est qu'une image, comme je vous l'ai montré pour l'image du tessaract. C'est ainsi, que déjà à l'époque, Platon essayait de faire clairement comprendre que les corps que nous connaissons sont en réalité quadridimensionnels, et que nous n'en voyons que des images-projetées dans l'espace tridimensionnel. Et ce n'est pas tout à fait arbitraire. Je veux vous en donner tout de suite les raisons.

D'emblée, un chacun pourrait dire qu'il ne s'agit là que d'une pure spéculation. Comment pouvons-nous en arriver à nous représenter que les objets qui apparaissent au mur ont une réalité ? Imaginez que vous soyez assis ici dans une rangée, et que vous soyez assis tout figés. Mais imaginez maintenant que les choses se mettent soudain à bouger. Il vous est impossible de dire que les images au mur puissent bouger, sans sortir de la deuxième dimension. Si, là-bas, quelque chose bouge, cela signifie que, hors du mur, il doit s'être passé quelque chose avec le véritable objet pour que cela puisse bouger. C'est ce que vous vous dites. [Si vous vous représentez que] les objets de l'espace tridimensionnel peuvent passer l'un à côté de l'autre, ce ne serait pas le cas pour les images-projetées bidimensionnelles si les on imagine substantielles, donc impénétrables. Si ces objets supposés substantiels voulaient passer l'un à côté de l'autre, il faudrait qu'ils sortent de la deuxième dimension.

* Littéralement : « image-ombre ».

Tant que tout reste immobile au mur, je n'ai aucune raison d'en déduire que quoi que ce soit se passe en dehors de l'espace bidimensionnel des images-ombres. Mais dès que cela commence à bouger, il faut que j'examine d'où vient le mouvement. Et vous vous dites que les modifications ne peuvent provenir que d'un mouvement en dehors du mur, dans une troisième dimension. La modification nous a donc appris qu'en dehors de la deuxième dimension il en existe une troisième.

Ce qui n'est que simple image a certes une certaine réalité, avec des propriétés bien définies, mais se distingue nettement de l'objet réel. Vous ne pourrez nier que l'image du miroir aussi n'est qu'une simple image. Vous vous voyez dans le miroir et, en plus, vous êtes là vous aussi. S'il n'y a pas un troisième élément [c'est-à-dire un être agissant], vous ne pouvez pas savoir ce que vous êtes. L'image fait les mêmes mouvements que l'original ; elle est dépendante de l'objet réel, de l'être ; mais elle-même n'a pas la faculté de bouger. On peut donc faire la distinction entre l'image et l'être par le fait que seul l'être peut réaliser par lui-même des mouvements, des modifications. En ce qui concerne les images-ombres sur le mur, je me rends compte qu'elles ne peuvent pas se déplacer toutes seules et qu'elles ne peuvent donc pas être des êtres. Il me faut sortir d'elles pour en arriver aux êtres.

Appliquez cela au monde. Le monde est tridimensionnel. Prenez donc ce monde seul, tel qu'il est. Saisissez-le en pensée [isolé], et vous constaterez qu'il reste figé. Il reste tridimensionnel, même si à un moment vous l'imaginez « gelé ». Mais en deux moments distincts n'existe pas un seul et même monde. À des moments successifs, le monde est vraiment différent. Imaginez que ces moments du temps disparaissent de telle manière que ne reste que ce qui est là. Sans le temps, il n'y aurait dans le monde aucune

modification. Le monde resterait tridimensionnel même s'il ne subissait aucun changement. Les images au mur restent aussi bidimensionnelles. Mais la modification indique une troisième dimension. Que le monde se modifie continuellement, et que même sans modifications il reste tridimensionnel, signifie que nous devons chercher la modification dans la quatrième dimension. La raison, la cause de la modification, l'activité, il faut la chercher hors de la troisième dimension; et ainsi vous avez d'abord acquis la notion de la quatrième dimension. Mais ainsi vous avez aussi la justification de l'image de Platon. C'est de cette manière que nous considérons tout l'espace tridimensionnel comme les ombres projetées d'un espace à quatre dimensions. Reste à nous demander comment nous devons prendre cette quatrième dimension [en réalité].

Il est impossible que la quatrième dimension tombe [directement] dans la troisième. Ce n'est pas possible. Cela doit naturellement devenir clair pour vous. La quatrième dimension ne peut pas se superposer à (lit. tomber dans) la troisième. Je voudrais maintenant vous montrer comment on peut en obtenir un nouveau concept et dépasser la troisième dimension. Imaginez que vous ayez un cercle – j'ai déjà essayé, il y a quelque temps, d'éveiller une représentation analogue[51] –; si vous vous imaginez que ce cercle devient de plus en plus grand, alors un morceau de la circonférence devient de plus en plus droit et, par le fait que le rayon devient de plus en plus grand, le cercle finit par tendre vers une droite. La droite n'a qu'une dimension, alors que le disque en a deux {le cercle se représente plongé dans deux dimensions}. Comment allez-vous de nouveau obtenir deux dimensions à partir d'une? En courbant une ligne droite vous obtenez de nouveau un disque {et son cercle}.

Si maintenant vous courbez un disque dans l'espace vous obtenez une coupe, et, si vous continuez ainsi, une boule. Ainsi une droite acquiert par courbure une deuxième dimension, une surface par courbure une troisième. Si vous pouviez encore courber un cube, il faudrait le courber dans la quatrième, et vous auriez le tessaract [sphérique] [52].

La sphère qui entoure la boule, vous pouvez la considérer comme une structure bidimensionnelle courbée. La boule qui apparaît dans la nature, c'est la cellule, le plus petit être vivant. La boule se délimite de façon sphérique. C'est la différence entre le vivant et le non-vivant. Le minéral apparaît toujours, lorsqu'il est sous forme de cristaux, délimité par des surfaces planes alors que le vivant est délimité par des surfaces gauches* sphériques, constituées par des cellules. C'est-à-dire, comme le cristal est constitué de sphères aplaties, le vivant est constitué de cellules, c'est-à-dire de « boules recroquevillées ». La différence entre le vivant et ce qui est mort, réside dans la manière dont est faite la délimitation. L'octaèdre est délimité par 8 triangles. Si nous imaginons les 8 côtés formés de 8 boules nous aurons du vivant à structure octuple.

Si, de même, vous courbez encore une fois cette structure tridimensionnelle, le cube, vous obtenez le tessaract sphérique. Mais si vous courbez l'espace entier vous obtenez quelque chose qui est à l'espace tridimensionnel comme la boule au plan [53].

Le cube, en tant que structure tridimensionnelle, est délimité par des plans. Il en est de même pour tout cristal. L'essentiel d'un cristal est cette combinaison à partir de plans-frontières. L'essentiel du vivant par contre, est la combinaison à partir de surfaces courbées, de cellules. Une

* « Gauche » signifie : « non plan ».

combinaison de quelque chose d'encore plus élevé serait une structure dont les différentes frontières seraient quadridimensionnelles. Une structure tridimensionnelle est délimitée par des structures bidimensionnelles. Un être à 4 dimensions, c'est-à-dire un être vivant, est délimité par des êtres à 3 dimensions, des boules et des cellules. Un être à 5 dimensions est lui-même délimité par des êtres à 4 dimensions, par des tessaracts sphériques. De là nous voyons que nous devons nous élever d'êtres tridimensionnels, à des quadridimensionnels, et ensuite à des êtres à 5 dimensions.

Il faut seulement que nous nous demandions : que doit-il se passer pour un être qui est quadridimensionnel[54] ? Il faut qu'il y ait une modification à l'intérieur de la troisième dimension. En d'autres termes : si vous accrocher ici des images au mur, elles restent en général immobiles. Mais si vous avez des images qui se déplacent dans la deuxième dimension, donc se modifient, il faut en déduire que la cause de ce mouvement ne peut être qu'en dehors de la surface du mur, que donc la troisième dimension donne la modification. Si vous trouvez des modifications dans la troisième dimension elle-même, vous devez en déduire que ceci est dû à une quatrième, et c'est ainsi que nous en arrivons à des êtres qui passent par des modifications à l'intérieur de leurs 3 dimensions

Il n'est pas vrai que nous avons compris une plante entièrement si nous ne l'avons comprise que dans ses trois dimensions. Une plante change continuellement. Cette modification est significative, c'est une caractéristique de la plante. Le cube reste tel qu'il est, il ne modifie sa forme que si vous tapez dessus et le cassez. La plante modifie elle-même sa forme, ce qui signifie qu'il y a quelque chose qui est la cause de cette modification, et qui se trouve hors de cette troisième dimension, qui est l'expression de la quatrième dimension. Qu'est-ce ?

Voyez-vous, si vous dessiniez maintenant ce cube, vous feriez un effort inutile en cherchant à le dessiner autrement à d'autres moments; il restera toujours le même. Si vous dessinez une plante et si, au bout de trois semaines, vous comparez l'image au modèle: elle aura changé. Cette analogie convient donc parfaitement. Tout ce qui est vivant nous signale l'existence de quelque chose de plus élevé où est son véritable être, et l'expression de ce «plus élevé» est le temps. Le temps est l'expression symptomatique, la «manifestation du fait d'être vivant» [en tant que quatrième dimension] dans les trois dimensions de l'espace physique. Avec d'autres mots: tous les êtres pour qui le temps a une signification intérieure sont des images d'êtres quadridimensionnels. Ce cube est toujours le même au bout de trois ou six ans. Le germe du lys, lui, se modifie. Car pour lui le temps a une signification réelle. C'est pour cela que ce que nous voyons du lys n'est que l'image tridimensionnelle de l'être-lys quadridimensionnel. Le temps est donc une image, une projection de la quatrième dimension, de ce qui est organiquement vivant dans les trois dimensions du monde physique.

Pour vous rendre clair comment une dimension lui succédant se comporte vis-à-vis d'une dimension précédente, je vous prie de penser ce qui suit. Le cube a 3 dimensions: si vous rendez la troisième présente {dans votre pensée}, il faut que vous vous disiez qu'elle est perpendiculaire à la deuxième et que la deuxième est perpendiculaire à la première. Les 3 dimensions se caractérisent par le fait qu'elles sont perpendiculaires entre elles. Mais nous pouvons nous faire encore une autre représentation: comment la troisième dimension naît-elle de la suivante [la quatrième]? Supposez que vous modifiez le cube en mettant les faces-frontières en couleur, et qu'ensuite vous modifiez ces couleurs [d'une façon précise, comme chez Hinton]. Une telle

modification se laisse effectivement réaliser, et elle correspond exactement aux modifications que subit un être tridimensionnel quand il passe dans la quatrième dimension, et se développe dans le temps. Si en un quelconque point vous coupez un être quadridimensionnel, cela signifie que vous lui prenez la quatrième dimension, que vous la détruisez. Si vous faites cela avec une plante, vous faites exactement la même chose que si vous vous faisiez une copie en plâtre de cette plante. Vous l'avez figée du fait que vous avez détruit la quatrième dimension, le temps. Vous obtenez alors une structure tridimensionnelle. Si, chez un être tridimensionnel, quelconque le temps joue un rôle significatif, il s'agit d'un être vivant.

Abordons maintenant la cinquième dimension. Là vous pouvez vous dire : il vous faut avoir de nouveau une limite qui soit perpendiculaire à la quatrième dimension. En ce qui concerne la quatrième dimension, nous avons vu qu'elle est dans la même position, par rapport à la troisième, que la troisième par rapport à la deuxième. De la cinquième on ne peut pas se faire directement une image de ce genre. Mais vous pouvez, là encore, vous faire une image approximative par une analogie. Comment en fait apparaît une dimension ? Quand vous tracez simplement une droite, il n'apparaîtrait jamais aucune dimension nouvelle si vous ne faisiez que pousser dans une seule direction. Ce n'est que par la représentation que vous avez deux courants de forces, l'un opposé à l'autre, qui se rencontrent en un point, s'y accumulant, s'y embouteillant, ce n'est que par l'expression de cette compression (*Stauung*) que vous avez une nouvelle dimension. Il faut donc pouvoir nous représenter la nouvelle dimension comme une ligne de compression (*Stauungslinie*) [de 2 courants de forces], et nous représenter cette unique dimension comme venant une fois de droite, une fois de gauche, comme positif et négatif. Je

conçois donc cette dimension comme [un courant] autopolaire de telle manière qu'il ait une [composante de] dimension positive et une négative, et la neutralisation [de ces composantes duales de forces] est la nouvelle dimension.

À partir de là, nous pouvons nous construire une représentation de la cinquième dimension. Nous aurons à nous représenter que la quatrième dimension que nous avons trouvée exprimée en tant que temps, se comporte de façon positive et négative. Prenez maintenant deux êtres pour lesquels le temps a une signification, et supposez que de tels êtres entrent en collision. Alors doit apparaître un résultat du genre de ce que nous avons appelé une confluence-comprimée (*Stauung*) de forces [opposées] ; et ce qui apparaît quand deux êtres quadridimensionnels entrent en relation, c'est leur cinquième dimension. Cette cinquième dimension s'obtient comme résultat, comme suite d'un échange [d'une neutralisation d'actions de forces duales], du fait que les deux êtres, par leur interaction, produisent quelque chose qu'ils n'ont ni à l'extérieur [dans les trois dimensions ordinaires], ni dans le temps [la quatrième dimension], mais complètement hors de ces limites [ou dimensions, dont nous avons parlé]. C'est ce que nous appelons la compassion [ou le ressentir], grâce à laquelle un être sait quelque chose d'un autre, donc la connaissance de l'intérieur [psycho-spirituel] d'un autre être. Jamais un être ne pourrait savoir quelque chose d'un autre être en dehors du temps [et de l'espace] s'il ne s'y ajoutait pas une dimension plus élevée : une cinquième, le [monde du] ressentir. Naturellement, le ressentir n'est à prendre que comme projection dans le monde physique, comme expression [de cette cinquième dimension] dans le monde physique.

Développer la sixième dimension de la même manière deviendrait trop difficile, je ne vais donc que l'indiquer :

[Si nous continuions de cette manière, je laisserai se développer quelque chose qui], déposé dans l'espace à 3 dimensions est de la conscience de soi.

En tant qu'être tridimensionnel, l'homme est un être qui a en commun avec les autres êtres tridimensionnels tout ce qui est au niveau de l'image. La plante a en plus la quatrième dimension. C'est pour cela que vous ne trouverez jamais l'ultime nature de l'être de la plante dans les trois dimensions de l'espace, mais il faudrait vous élever à une quatrième dimension de l'espace [vers le plan astral]. Et si vous vouliez même aller jusqu'à comprendre un être doué de la faculté de ressentir, il vous faudrait monter à la cinquième dimension [le bas-*dévachan*, le plan rupique]; si vous vouliez encore comprendre un être doué de la conscience de soi, un homme, il vous faudrait monter jusqu'à la sixième dimension [le haut-*dévachan*, le plan arupique]. L'homme, tel qu'il se présente actuellement à nous, est effectivement un être hexadimensionnel. Ce qui est appelé ici ressentir ou compassion, respectivement conscience de soi, est une projection de la cinquième dimension, respectivement sixième, dans l'espace ordinaire à trois dimensions. L'homme s'étend jusqu'à ces sphères spirituelles même si, pour l'essentiel, il le fait de manière inconsciente; ce n'est que là qu'il peut effectivement être ressenti et «connu» (*erlebt*). Cet être hexadimensionnel ne peut en arriver même à une représentation des mondes supérieurs qu'en se débarrassant de ce qui caractérise les dimensions inférieures.

Je ne puis que vous indiquer par quelques mots pourquoi l'homme tient le monde pour tridimensionnel: c'est qu'il est constitué, dans sa manière de se représenter les choses, pour ne voir dans le monde qu'une image-reflet de ce qui est plus élevé. Dans un miroir aussi vous ne voyez qu'une image de vous-mêmes. Ainsi les 3 dimensions de

notre espace sont en fait des reflets matériels de dimensions plus élevées, qui sont, elles, de nature créatrice. Notre monde matériel a son image duale [spirituelle] dans le groupe des trois dimensions supérieures les plus proches : la quatrième, la cinquième et la sixième dimension. Et les dimensions au-delà de ce groupe, les mondes spirituels supérieurs dont on ne peut que deviner l'existence, se comportent de manière analogue, dualement à celles de la quatrième à la sixième dimension.

Si vous avez de l'eau, et si vous laissez geler cette eau, vous aurez la même substance dans les deux cas ; dans la forme, l'eau et la glace se distinguent pourtant de manière importante. Vous pouvez vous représenter un processus analogue pour les dimensions supérieures de l'homme. Si vous vous imaginez l'homme comme être purement spirituel, vous devez l'imaginer comme n'ayant que les dimensions supérieures – conscience de soi, ressentir et temps – et ces 3 dimensions se reflètent dans le monde physique dans les 3 dimensions ordinaires.

Si le yogi* veut s'élever à une connaissance des mondes supérieurs, il doit remplacer progressivement les reflets par la réalité. Quand, par exemple, il observe une plante, il faut qu'il s'habitue à placer progressivement les dimensions supérieures à la place des autres. S'il observe une plante et est capable d'ignorer chez cette plante une des dimensions, de s'abstraire d'une dimension de l'espace, et de se représenter pour commencer une dimension plus élevée, donc le temps, alors il obtient effectivement une représentation de ce qu'est un être bidimensionnel en mouvement. Pour que cet être ne soit pas une simple image mais quelque chose correspondant à la réalité, le yogi doit encore faire autre chose. En effet s'il ignore la troisième dimension et

* « Yogi » ne signifie pas seulement quelqu'un qui pratique ce qu'on appelle aujourd'hui yoga. Steiner l'utilise ici dans le sens, plus large, d'élève en occultisme.

rajoute la quatrième il n'obtient que quelque chose d'imaginaire. Grâce à la représentation auxiliaire suivante : si d'un être vivant nous nous faisons une représentation cinématographique, nous ôtons la troisième dimension à des processus initialement tridimensionnels mais, par la suite des scènes, nous y ajoutons [la dimension du] temps. Si à ce mouvement nous rajoutons le ressentir, nous accomplissons un processus analogue à celui que je vous ai déjà décrit auparavant comme une torsion dans la quatrième dimension d'un objet tridimensionnel. Par ce processus, vous obtenez une structure quadridimensionnelle, mais à présent une structure telle qu'elle possède deux de nos dimensions spatiales et en plus deux plus élevées : le temps et le ressentir. De tels êtres existent en réalité, et de tels êtres – et par là j'en arrive à une fin réelle de toute notre étude – je voudrais vous en présenter.

Imaginez deux dimensions spatiales, donc une surface, et cette surface douée de mouvement. Et maintenant imaginez un être ressentant « détourné et plié » sous forme de sensibilité, un être doué de sensibilité, qui pousse devant lui une surface bidimensionnelle. Un tel être doit agir autrement, et se différencier fortement, d'un être tridimensionnel de notre espace. Un tel être « plat », que nous nous sommes construit ainsi est non borné, donc entièrement ouvert, dans une direction. Il vous présente un aspect bidimensionnel. Vous ne pouvez tourner autour ; il vient vers vous. Ceci est un être-qui-luit (*Leuchtwesen*) et un être-qui-luit n'est rien d'autre que : le fait de ne pas être borné dans une direction.

À travers un tel être, les initiés apprennent à en connaître d'autres, qu'ils décrivent comme les messagers des dieux qui s'approchent d'eux dans des flammes de feu. La description du Sinaï, quand les dix commandements furent donnés à Moïse[55], ne signifie rien d'autre que ceci :

un être qui avait ces « mensurations » caractéristiques a pu s'approcher de Moïse, et celui-ci a pu le percevoir. Il agissait sur lui comme un être humain à qui on aurait enlevé la troisième dimension de l'espace : il agissait dans le temps et le ressentir.

Ces images abstraites dans les documents religieux ne sont pas seulement des symboles extérieurs, mais de puissantes réalités que l'homme peut apprendre à connaître s'il est capable d'acquérir ce que nous avons essayé de nous rendre clairement compréhensible par des analogies. Plus vous vous adonnez à de telles considérations d'analogies avec zèle et énergie, plus vous vous y plongez avec application, plus elles agissent vraiment sur votre esprit, et plus elles agissent en vous, plus elles éveillent des facultés supérieures. C'est, par exemple, le cas pour l'étude de l'analogie des relations du cube avec l'hexagone et du tessaract avec le dodécaèdre rhombique. Ce dernier représente une projection du tessaract dans le monde physique tridimensionnel. Si vous vous rendez ces figures présentes de manière vivante et si, à partir de la projection du cube – l'hexagone – vous faites pousser le cube, et faites de même naître le tessaract à partir de la projection du tessaract [du dodécaèdre rhombique], alors vous vous créez dans votre conscience la possibilité, et la faculté, de comprendre ces formations structurées dont je viens de vous parler. Et si, en d'autres termes, vous ne m'avez pas seulement suivi, mais avez « vécu » cette procédure comme un yogi en conscience éveillée, alors vous remarquerez que dans vos rêves apparaîtra quelque chose qui est en réalité une structure quadridimensionnelle, et il ne manquera alors plus grand-chose pour la ramener dans le domaine de la conscience éveillée. Vous pourrez alors voir la quatrième dimension dans tout être quadridimensionnel.

*

La sphère astrale est la quatrième dimension.
Le *dévachan* rupique est la cinquième dimension.
Le *dévachan* arupique est la sixième dimension[56].

Ces trois mondes : le physique, l'astral et le céleste [*dévachan*] renferment 6 dimensions. Les mondes encore plus élevés sont en dualité parfaite avec eux.

*

	Minéral	*Végétal*	*Animal*	*Homme*
Arupa	Conscience de soi			
Rupa	Ressentir	Conscience de soi		
Pl. astral	Vie	Ressentir	Conscience de soi	
Plan physique	Forme	Vie	Ressentir	Conscience de soi
		Forme	Vie	Ressentir
			Forme	Vie
				Forme

L'ESPACE À QUATRE DIMENSIONS

Berlin, 7 novembre 1905

Notre espace habituel possède trois dimensions: longueur, largeur et hauteur. Une ligne droite ou courbe n'est étendue que dans une dimension. Elle n'a que la longueur. Le tableau représente une surface: il a longueur et largeur. Un volume s'étend dans les trois dimensions. Comment un volume naît-il à partir des trois dimensions?

Imaginez un objet géométrique n'ayant aucune dimension: c'est le point. Il a zéro dimension. S'il se déplace sans changer de direction il engendre une droite, un objet mathématique à une seule dimension. Si vous imaginez que cette droite se déplace elle aussi, elle engendre une surface avec longueur et largeur. Si, finalement, la surface se déplace, elle décrit une structure à trois dimensions. Mais nous ne pouvons plus engendrer de la même manière une quatrième dimension, une structure à quatre dimensions. Il faut essayer de nous représenter en images comment nous pouvons parvenir au concept d'une quatrième dimension. Des mathématiciens, comme par exemple Zöllner[57], ont été tentés de mettre le monde spirituel en harmonie avec le monde sensible [en plaçant le monde spirituel dans un espace à quatre dimensions].

Imaginez un disque. Dans le plan, il est fermé dans toutes les directions. Si quelqu'un veut faire pénétrer une pièce de monnaie de l'extérieur dans le disque, il faut qu'il traverse le cercle (fig. 46). Mais si vous ne voulez pas toucher le cercle, vous devez la soulever, puis {alors seulement} la poser. Il vous faut donc passer de la deuxième à

la troisième dimension. De même, si nous voulions « magiquement » faire pénétrer une pièce dans un cube-volume ou une boule, il nous faudrait sortir de la troisième dimension et passer dans la quatrième dimension[58].

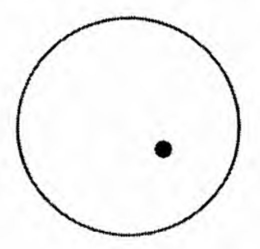


Figure 46

C'est quand je commençai à étudier la géométrie [synthétique et projective] moderne, que je commençai à comprendre ce que l'espace est en réalité. C'est là que je compris l'importance du passage [à la limite] d'un cercle vers une droite (figure 47). Dans le plus intime penser de l'âme se dévoile le cosmos[59].

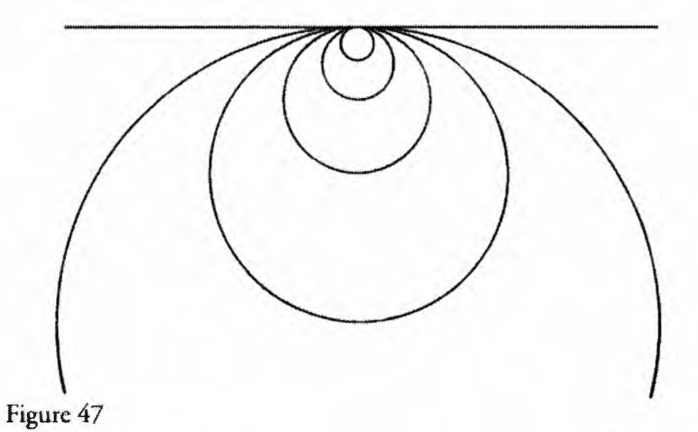


Figure 47

Représentons-nous maintenant un disque. Si nous suivons le cercle, nous pouvons le parcourir de manière à retourner au point de départ. Imaginons que disque et

cercle deviennent de plus en plus grands [en conservant tangente et point de tangence]. À la limite, le cercle deviendra une droite en s'aplatissant de plus en plus. En parcourant les cercles, je m'en vais toujours d'un côté et revient de l'autre pour finalement revenir au point de départ. [Si enfin je me déplace sur la droite jusqu'à l'infini], il me faut revenir de l'infini de l'autre côté, car la droite se comporte comme un cercle [en ce qui concerne l'ordre de ses points]. Nous en concluons que l'espace n'est pas borné. [C'est-à-dire que l'ordre de ses points est le même que sur un cercle qui se referme sur lui-même. Il faut se représenter l'espace infiniment étendu, se refermant en lui-même comme la sphère – la surface autour de la boule – est refermée en elle-même sans borne. Nous nous sommes ainsi représenté l'espace infini comme un cercle, [ou] une sphère. Ce concept nous mène à pouvoir nous représenter l'espace dans sa réalité[60].

Si maintenant je me représente que je ne suis pas simplement un être vide qui part [à l'infini] pour revenir [inchangé], mais si je suppose avoir ici [vue à partir d'un point fixe sur la droite] une lumière qui rayonne, cette lumière devient de plus en plus faible pendant que je m'éloigne [avec la lumière], et redevient de plus en plus forte quand je reviens [toujours avec la lumière] de l'autre côté. Et si nous supposons maintenant que cette lumière n'a pas seulement une action dans le sens positif, mais que, au fur et à mesure qu'elle s'approche en revenant de l'autre côté, elle brille de plus en plus fort, nous avons ici [les qualités] positives et négatives.

Dans tous les effets de la nature, nous avons ces deux pôles qui ne représentent rien d'autre que les actions opposées de l'espace. Vous concevez ainsi que l'espace est quelque chose de puissant, plein de forces, et que les forces qui y agissent sont finalement ce qui découle de « la force » elle-même. Nous ne pourrons alors pas douter qu'à l'intérieur de notre espace à trois dimensions pourrait se trouver une

force agissant à partir de l'intérieur. Vous comprendrez que tout ce qui apparaît dans l'espace est la conséquence des conditions réelles de cet espace.

Supposons deux dimensions nouées ensemble; nous aurions ainsi mis ces deux dimensions en relation. Si vous voulez enchaîner deux anneaux, il vous faut défaire l'un pour faire passer l'autre. Je vais maintenant vous montrer la variété, le multiformité de l'espace en « nouant » ensemble les bouts d'une bande de papier. Je maintiens un bout et je tourne l'autre deux fois (donc de 360°). Je relie les deux bouts par des épingles puis je coupe la bande en deux {dans le sens de la longueur}. L'un pend maintenant solidement dans l'autre. Auparavant, ce n'était qu'une seule bande. Par simple torsion de la bande à l'intérieur des trois dimensions, j'ai obtenu ce que, autrement, je ne puis obtenir que par passage à travers la quatrième dimension[61].

Ce n'est pas un jeu, mais une réalité. Si nous avons le Soleil ici, là l'orbite de la Terre autour du Soleil, et là l'orbite de la Lune autour de la Terre (figure 48), nous devons nous représenter que la Terre se déplace autour du Soleil et que les orbites de la Lune et de la Terre sont par conséquent imbriquées de la même façon. Au cours de l'évolution, la Lune s'est détachée de la Terre. C'est une séparation intérieure qui s'est passée de la même façon [que cela s'est passé pour nos deux bandes de papiers]. [Quand on considère les choses ainsi], l'espace devient quelque chose de vivant.

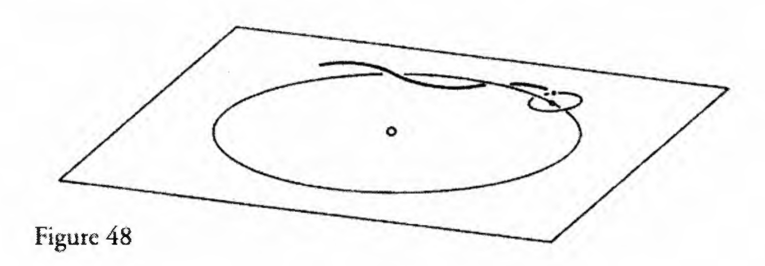


Figure 48

Considérez à présent un carré. Imaginez-le qui se déplace à travers l'espace, de manière à engendrer un cube. Il faut alors qu'il avance dans lui-même.

Un cube est délimité par six carrés. Ensemble ils forment la surface du cube. Pour composer le cube d'une manière qu'on puisse voir facilement, je dépose d'abord les six carrés l'un à côté de l'autre [dans un plan] (figure 49). Je retrouve le cube en relevant ces faces. Le sixième, il me faut le poser par-dessus en traversant la troisième dimension. C'est ainsi que j'ai développé un objet tridimensionnel en deux dimensions. J'ai transformé un objet tridimensionnel en le décomposant et en déposant les parties dans du bidimensionnel.

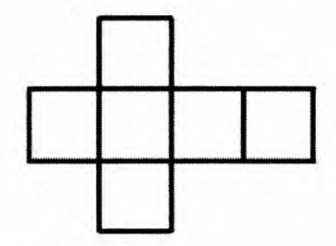


Figure 49

Considérez maintenant le fait que le cube a des carrés pour frontières. Quand j'ai un cube de l'espace à trois dimensions, il est borné par des carrés. Ne prenons maintenant qu'un seul carré. Il est à deux dimensions et est borné par quatre segments monodimensionnels. Je puis étendre ces segments dans une seule dimension (figure 50). Ce qui apparaît dans une des dimensions, je le dessine en rouge (trait continu), et l'autre dimension en bleu (en pointillés). Maintenant je puis parler de la dimension bleue et de la rouge au lieu de parler de longueur et de largeur.



Figure 50

Je puis reconstituer le cube à partir de six carrés. Je passe donc du nombre 4 (nombre de côtés du carré) au nombre 6 (nombre de faces) du cube. Si je fais un pas de plus, je passe du nombre 6 (faces du carré) au nombre 8 (nombre de cubes-frontières d'une structure à quatre dimensions). Je place maintenant les huit cubes dans l'espace à trois dimensions de manière à faire apparaître la figure correspondant à la précédente de l'espace à deux dimensions (figure 51).

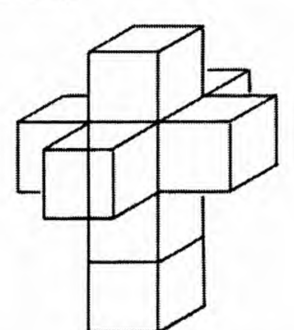


Figure 51

Supposez maintenant que je sois capable de retourner* cette structure de manière à entourer et recouvrir le tout avec le huitième cube; j'obtiens alors un objet quadridimensionnel dans l'espace à quatre dimensions à partir de huit cubes. Cet objet à 4 dimensions s'appelle tessaract (d'après Hinton). Il est fermé par huit cubes tout à fait comme le cube est fermé par six carrés. Le tessaract est donc borné par huit cubes.

* « Retourner » dans le sens où l'on retourne une chaussette ou un gant, mais dans une dimension supérieure.

Imaginez un être ne pouvant voir que dans deux dimensions, et que cet être regarde les carrés développés; il ne verrait que les carrés n° 1, n° 2, n° 3, n° 4 et n° 6, mais non le carré n° 5 (recouvert de hachures) au milieu (figure 52). C'est ce qui vous arrive de la même façon, en ce qui concerne les objets quadridimensionnels. [Comme vous ne pouvez voir que des objets tridimensionnels] vous ne pouvez voir le cube caché au milieu.

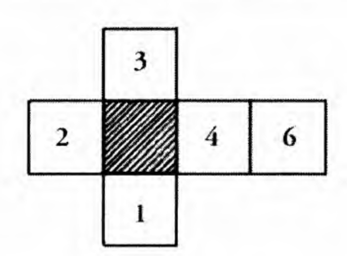


Figure 52

Représentez-vous un cube dessiné ainsi sur le tableau [de manière que son contour ait l'aspect d'un hexagone régulier]. Le reste est caché par-derrière. C'est une espèce d'image-ombre, une projection du cube dans l'espace bidimensionnel (fig. 53). Cette image-ombre bidimensionnelle d'un cube tridimensionnel se compose de losanges (des quadrilatères non-rectangles). Si le cube était fait de fils de fer vous verriez aussi les losanges des faces arrière. Vous pouvez ainsi projeter tout le cube dans l'espace à deux dimensions.



Figure 53

Supposez maintenant que notre tessaract soit formé dans l'espace quadridimensionnel. Si vous le projetez dans l'espace tridimensionnel vous devez obtenir quatre parallélépipèdes non rectangles se chevauchant (figure 54).

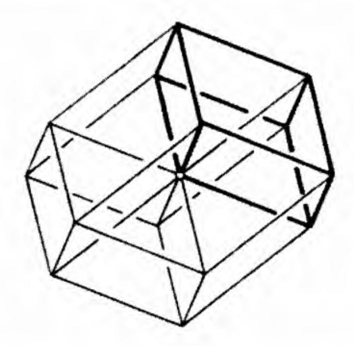


Figure 54

Mais il vous faudrait huit de tels « cubes losangés » pour avoir une image complète du tessaract dans l'espace à trois dimensions. Nous pouvons représenter ainsi la projection [complète] du tessaract grâce à huit « cubes rhombiques » convenablement imbriqués. [Dans l'espace cela donne un dodécaèdre rhombique avec quatre diagonales spatiales (figure 55). De même que dans le cas de la représentation rhombique du cube, trois losanges, voisins directs, arrivent à être disposés décalés sur les autres de telle manière que l'on n'en voit que trois dans la projection, de même dans la représentation en dodécaèdre rhombique du tessaract seuls quatre « cubes rhombiques », ne s'interpénétrant pas, apparaissent comme projection des huit cubes car quatre des cubes, voisins directs, cachent les quatre autres en les recouvrant] [62].

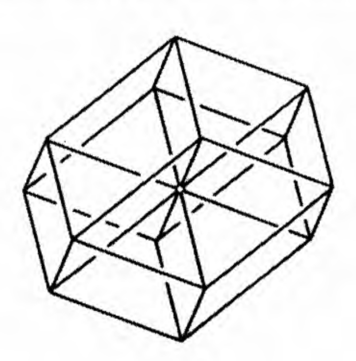


Figure 55

Mais si nous ne pouvons construire le tessaract lui-même, nous pouvons par contre en construire la projection tridimensionnelle. Nous sommes de même la projection d'êtres quadridimensionnels. C'est ainsi que l'homme doit développer ses facultés de représentation quand il passe du plan physique au plan astral. Imaginons un être bidimensionnel qui s'efforce de se représenter de façon très vivante une telle image de projection avec intensité et de façon répétée. Si alors il s'abandonne au rêve, sourdent (...)*.

Si vous vous construisez en esprit les relations entre la troisième et la quatrième dimension, les forces qui vous permettront de regarder dans l'espace à quatre dimensions – [l'espace à quatre dimensions authentique et non le cartésien] – travaillent en vous.

Nous serons toujours impuissants** dans les mondes supérieurs si nous n'acquérons pas les facultés nécessaires ici-bas. De même que l'homme développe des yeux pour voir dans le monde sensible alors qu'il est encore dans le sein de sa mère, de même l'homme doit développer les organes [suprasensibles] au sein de la Terre. C'est alors qu'il naîtra comme un voyant dans le monde supérieur. Le développement des yeux au sein de sa mère est un exemple susceptible d'éclairer ce processus.

Le cube devrait être construit à partir des dimensions de longueur, largeur et hauteur. Le tessaract devrait être construit à partir des dimensions de longueur, largeur, hauteur et d'une dimension supplémentaire : la quatrième.

Quand la plante pousse, elle perce le monde à trois dimensions. Tout être qui vit dans le temps perce les trois dimensions. Le temps est la quatrième dimension. Elle est cachée, invisible dans les trois de l'espace ordinaire. Mais vous ne pouvez la percevoir que grâce aux facultés de clairvoyance.

* La suite manque.

** Le mot allemand a un éventail de sens qui vont de « impuissant » jusqu'à « être évanoui ».

Un point en mouvement engendre une ligne; si une ligne se déplace, elle engendre une surface, et quand une surface se déplace apparaît un volume tridimensionnel. Si nous laissons maintenant se mouvoir l'espace tridimensionnel, nous avons de la croissance [et de l'évolution]. Par là vous avez ainsi l'espace à quatre dimensions, le temps, [projeté] dans l'espace à trois dimensions [en tant que mouvement, croissance, évolution].

[Les études géométriques pour construire les trois dimensions ordinaires], vous les trouvez, prolongées, dans la vie réelle. Le temps est orthogonal aux trois dimensions, il est la quatrième, qui est croissance. Quand vous rendez le temps vivant, naît la faculté de ressentir. Si vous faites grandir le temps en vous, si vous le mouvez à l'intérieur de vous-mêmes vous avez l'animal qui est capable de ressentir, et qui a en réalité cinq dimensions. L'être humain, lui, a six dimensions.

Nous avons quatre dimensions dans le domaine de l'éthérique, nous avons cinq dimensions dans le domaine du *dévachan* inférieur, six dans le *dévachan* supérieur.

C'est ainsi que sourdent les multiplicités [spirituelles]. La projection du *dévachan* dans l'astral nous donne le corps astral, la projection de l'astral dans l'éthérique le corps éthérique, et ainsi de suite.

Le temps va dans un sens: c'est le dépérissement dans la nature, et dans l'autre: la renaissance. Les deux points où ils se rencontrent sont mort et naissance.

L'avenir vient continuellement vers nous. Si la vie n'allait toujours que dans un sens, il ne se créerait jamais rien de neuf. L'homme a aussi du génie – c'est son avenir, ses intuitions qui viennent et se déversent vers lui. Le passé qui a été élaboré est [le courant venant de l'autre côté; il détermine] l'être [tel qu'il est devenu jusqu'à maintenant].

L'ESPACE PLURIDIMENSIONNEL

Berlin, 22 octobre 1908

Le sujet qui doit nous intéresser aujourd'hui nous présentera bien des difficultés. Considérez cette conférence comme un épisode; elle est en effet tenue à la suite d'un souhait. Si on veut seulement saisir ce sujet dans sa profondeur formelle, on a besoin de quelques connaissances mathématiques préalables. Mais si on veut le saisir dans sa réalité, il faut pénétrer très profondément dans l'occultisme. Aujourd'hui, nous ne pourrons donc en parler que très superficiellement, en donnant seulement quelques incitations pour l'un ou pour l'autre d'entre nous.

Il est de façon générale très difficile de parler du pluridimensionnel, car si on veut obtenir dans sa représentation une vue de ce qui a plus de trois dimensions, il faut aller dans des domaines abstraits, et là les concepts doivent être saisis de manière très précise et très rigoureuse, autrement on perd pied. Et c'est ce qui est arrivé à bien des amis et des ennemis.

La notion d'espace multidimensionnel n'est pas aussi inconnue du mathématicien qu'on le pense d'habitude[63]. Dans les cercles de mathématiciens, il existe déjà un calcul avec une façon de calculer multidimensionnelle. Le mathématicien ne peut évidemment parler de cet espace que d'une manière très limitée; il ne peut qu'évoquer la possibilité de son existence. Si un espace multidimensionnel correspond à une réalité ou non, seul celui qui peut regarder dans un tel espace peut le dire. Voici déjà toute une série de concepts qui, dès qu'on les saisit avec assez de précision, nous rendent le concept d'espace vraiment clair.

Qu'est-ce que l'espace? On dit d'habitude: autour de moi il y a l'espace; je me déplace dans l'espace, etc. Celui qui veut obtenir une représentation plus précise doit bien s'accommoder de quelques abstractions. Nous qualifions l'espace dans lequel nous nous mouvons de tridimensionnel. Il s'étend vers le haut et le bas, vers la droite et la gauche, vers l'avant et l'arrière; il a longueur, largeur et hauteur. Si nous observons des objets, ces objets sont, pour nous, étendus dans cet espace à trois dimensions; ils ont une longueur, une largeur et une hauteur.

Mais il faut que nous nous occupions des détails de la notion d'espace, si nous voulons en obtenir un concept plus précis. Considérons le cube, le corps le plus simple. Il nous montre le plus clairement ce que sont les notions de longueur, de largeur, de hauteur. Nous trouvons une base pour laquelle longueur et largeur ont la même valeur. Si nous déplaçons cette base vers le haut d'autant que la base a de longueur et de largeur, nous engendrons un cube. C'est en prenant un cube que nous pouvons le mieux étudier les particularités d'un objet tridimensionnel. Étudions les frontières du cube. Elles sont partout constituées de surfaces qui sont bornées par des segments de même longueur. Il existe six surfaces de cette sorte.

Qu'est-ce qu'une surface? Là déjà, celui qui n'est pas capable d'abstractions bien ciselées risque de trébucher. On ne peut par exemple pas découper les frontières d'un cube en cire sous forme de minces couches de cire. On obtiendrait en effet toujours encore une couche d'une certaine épaisseur, donc un volume. Nous n'atteindrons jamais la frontière du cube de cette manière. La vraie frontière n'a que longueur et largeur, mais pas de hauteur. L'épaisseur est effacée. Nous obtenons l'énoncé formalisé suivant: la surface est la limite d'un objet [tridimensionnel] lorsqu'une dimension disparaît.

Qu'est-ce maintenant que la frontière d'une surface, par exemple du carré? Il nous faut ici de nouveau faire appel à l'extrême abstraction. La frontière est une ligne qui n'a qu'une seule dimension : la longueur. La largeur est éliminée. Quelle est la frontière d'une ligne? C'est un point; il n'a aucune dimension. On obtient chaque fois la frontière d'un objet en abandonnant une dimension.

Nous pouvons donc dire, et c'est le cheminement de pensée qu'ont accompli bien des mathématiciens – Riemann[64] surtout qui, dans ce domaine, a été le plus concret –: prenons un point qui n'a aucune dimension, une ligne qui en a une, une surface qui en a deux, un volume qui a trois dimensions. C'est là que les mathématiciens se demandent : Ne se pourrait-il pas que l'on puisse ajouter une dimension de manière purement formelle? Il faudrait alors que le volume soit la frontière d'un objet quadridimensionnel, tout comme la surface est la frontière d'un volume, la ligne, la frontière d'une surface, et le point la frontière d'un segment. Le mathématicien obtient évidemment ensuite des objets à 5, à 6, à 7 dimensions, etc. Nous avons des objets *n*-dimensionnels *.

Il apparaît déjà quelque chose qui n'est pas clair quand nous disons : le point n'a aucune dimension, la courbe en a une, la surface en a deux, le volume en a trois. Nous pouvons fabriquer un tel volume, un cube par exemple, avec de la cire, de l'argent, de l'or, etc. Ils sont différents au niveau de la matière. Nous leur donnons les mêmes mensurations {mesures}. Ils occupent alors le même volume. Si nous laissons toute la substance matérielle de côté, il ne reste qu'une partie précise de l'espace qui est l'image de ce corps solide. Ces parties de l'espace sont identiques entre

* À l'époque de Steiner, on ne connaissait que la notion de *n* dimensions, où n était un nombre entier (rationnel). Aujourd'hui, avec les fractals, on étudie même les dimensions non-entières.

elles quelles que soient les substances qui constituaient l'objet. Ces parties de l'espace ont aussi longueur, largeur, et hauteur. Nous pouvons maintenant considérer ces cubes étendus indéfiniment, et obtenons ainsi l'espace infini tri-dimensionnel. Le volume n'en est en effet qu'une partie.

La question se pose maintenant si nous pouvons tout simplement étendre aux réalités supérieures ces considérations que nous venons de faire dans l'espace. Dans ces considérations, le mathématicien ne fait que calculer, et il le fait avec des nombres. C'est maintenant qu'il se pose la question : est-ce que j'en ai le droit ? Je veux vous montrer quelle grande confusion peut apparaître si l'on calcule avec les grandeurs spatiales comme avec des nombres. Pourquoi ? Il me suffira d'évoquer ce qui suit : supposez que nous ayons ici une surface carrée. J'étends cette figure, cette surface, de plus en plus loin dans les deux directions et j'en arrive à une surface qui s'étend sans limite entre deux droites (figure 56).

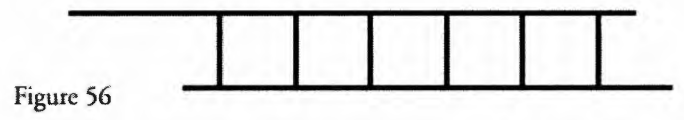


Figure 56

Cette surface est infiniment grande, donc ∞. Considérez quelqu'un qui entend que c'est infiniment grand. Il pense donc à l'infinité. Si vous lui parlez maintenant de l'infini, il peut éventuellement s'en faire des représentations tout à fait fausses. Considérez que je prenne maintenant un carré supplémentaire sous chaque carré, donc une deuxième suite constituée d'une infinité de tels carrés. J'obtiens une infinité qui est exactement deux fois plus grande que la première (figure 57). On obtient donc $\infty = 2\ \infty$.

De façon analogue, je pourrais obtenir $\infty = 3\ \infty$.

Si vous calculez avec des nombres, vous pouvez utiliser l'infini comme le fini. Aussi vrai que l'espace était

dès le début déjà infini, aussi vrai il sera ensuite 2 ∞, 3 ∞ et ainsi de suite. Nous calculons donc comme s'il s'agissait de nombres.

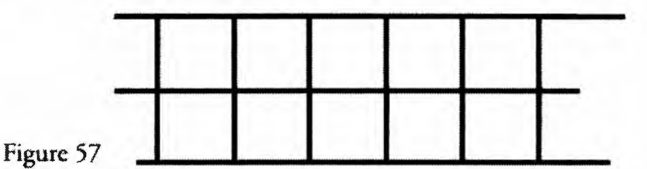


Figure 57

Vous voyez que saisir la notion d'infini de l'espace avec des nombres ne nous permet pas de pénétrer plus profondément dans les réalités supérieures. Les nombres n'ont en fait aucun rapport avec l'espace. Ils restent neutres vis-à-vis de lui, comme le feraient des petits pois ou n'importe quel autre objet. Vous savez maintenant que le calcul ne modifie pas la réalité. Si quelqu'un a trois pois, il ne peut rien y changer, même s'il calcule juste. [Savoir que] 3 x 3 = 9 ne nous donne pas encore 9 pois. Un simple raisonnement ne sert à rien, et calculer est un simple raisonnement. De même qu'il reste trois pois bien que l'on calcule correctement, de même l'espace à trois dimensions doit le rester, bien que le mathématicien calcule : espace à deux, à trois, à quatre, à cinq dimensions. Vous devez ressentir qu'un tel raisonnement mathématique a quelque chose d'attrayant. Ce raisonnement ne démontre pourtant rien d'autre que le fait que le mathématicien pourrait calculer avec un espace ayant plus de dimensions ; mais si un tel espace existe, si une telle notion est valable dans le domaine de la réalité, cela, il ne peut rien en savoir. Rendons-nous en compte dans toute sa rigueur.

Considérons encore quelques autres raisonnements qui sont faits de façon très ingénieuse chez les mathématiciens. Nous, les hommes, pensons, écoutons, ressentons

dans un espace à trois dimensions. Supposons qu'il existe des êtres ne pouvant percevoir que dans deux dimensions, des êtres qui seraient organisés de manière à toujours rester dans la surface, qui ne pourraient jamais sortir des deux dimensions. On peut très bien imaginer de tels êtres ; ils ne peuvent se déplacer que vers la gauche et la droite [et vers l'avant et l'arrière] et ne se doutent pas de ce qui se trouve au-dessus et en dessous d'eux[65].

Il pourrait en être de même pour l'homme dans ses trois dimensions ; il pourrait être organisé pour ces trois dimensions de telle manière qu'il ne puisse pas percevoir la quatrième, mais qu'elle se rajoute à lui en plus, comme la troisième se rajoute en plus aux êtres bidimensionnels. Alors les mathématiciens disent : que les hommes soient ainsi, cela on peut très bien le supposer, le penser. On pourrait alors dire : cela aussi n'est qu'une interprétation. Certes, on pourrait le dire. Mais ici, il faut quand même y aller de façon un peu plus précise. Ce n'est pas aussi simple ici que dans le premier cas. C'est intentionnellement que je ne vous donne aujourd'hui que des considérations toutes simples.

Cette conclusion finale n'est pas comme le premier raisonnement qui était purement formel. Nous en arrivons à un point où nous pouvons enchaîner. C'est vrai qu'il peut exister un être ne pouvant percevoir que ce qui se meut dans deux dimensions et ne se doute pas qu'au dessus et en dessous il existe encore quelque chose. Considérez maintenant ce qui suit : supposez qu'un point apparaisse dans la surface où se trouve cet être. Il peut le percevoir parce qu'il est dans la surface. Tant que le point se déplace dans la surface, il reste visible ; s'il en sort il devient invisible : pour l'être plat il aurait disparu. Imaginez que le point revienne, redevienne donc visible, redisparaisse et ainsi de suite. L'être ne peut pas suivre le point. Mais il

peut se dire : entre temps, il était quelque part, quelque part où je ne puis regarder. L'être aurait maintenant deux possibilités d'action. Plaçons-nous dans l'âme de cet être plat. Il pourrait se dire : il existe une troisième dimension dans laquelle a disparu le point, puis il est revenu dans la surface. Ou bien il pourrait aussi se dire : ils sont bêtes ceux qui parlent d'une troisième dimension : l'objet a chaque fois disparu et s'est chaque fois reconstitué. Il faudrait alors dire que cet être pèche contre la raison. S'il ne veut pas accepter une disparition et une recréation continuelle, il doit penser que l'objet a disparu pour aller quelque part où il ne peut pas regarder.

Une comète, lorsqu'elle disparaît, passe dans l'espace à quatre dimensions[66].

Ici nous voyons ce qu'il faut ajouter aux considérations mathématiques. Il faudrait qu'il y ait, dans ce que nous pouvons observer, quelque chose qui apparaît et disparaît toujours à nouveau. Pour cela il n'est pas nécessaire d'être clairvoyant. Si l'être plat était clairvoyant, il n'aurait pas besoin de raisonner, il saurait par expérience que la troisième dimension existe. Il en est de même pour l'homme. Tant qu'il n'est pas clairvoyant, il lui faudrait se dire : Je reste dans les trois dimensions ; dès que je découvre quelque chose qui apparaît et disparaît de temps en temps, je suis fondé à me dire : il existe une quatrième dimension.

Tout ce qui a été dit ici est aussi peu contestable que possible. Et la preuve est si simple que l'homme dans son aveuglement actuel n'aura pas même l'idée d'en convenir. Y a-t-il quelque chose qui toujours de nouveau disparaît et réapparaît ? La réponse est facile. Imaginez qu'une joie apparaisse chez vous, et puis qu'elle disparaisse. Il est impossible qu'un non-clairvoyant puisse encore la percevoir. Voilà qu'un événement quelconque la fait réapparaître. Vous pouvez maintenant, tout comme l'être plat,

vous comporter de deux façons. Ou bien vous vous dites : l'impression a disparu quelque part où je ne puis la suivre, ou bien l'impression périt et se recrée.

Il en est bien ainsi en réalité : toute pensée descendue dans l'inconscient est une preuve que quelque chose peut disparaître et réapparaître. Contre tout cela on peut tout au plus objecter : si vous essayez de trouver toutes les objections qu'une pensée matérialiste puisse trouver contre cette pensée plausible, vous avez tout à fait raison. Je ferai l'objection la plus astucieuse. Toutes les autres sont plus faciles à contredire. On se dit par exemple : tout s'explique de façon purement matérialiste. Je vais vous montrer maintenant qu'à l'intérieur des processus matériels quelque chose peut très bien disparaître qui réapparaît plus tard. Représenter vous un piston d'une machine à vapeur en action, qui pousse toujours dans une certaine direction. Supposons que je lui en oppose un autre, identique, mais agissant en sens opposé. Alors le mouvement est annulé. Il y a immobilité. Là un mouvement disparaît effectivement.

On pourrait se dire de même : pour moi, la joie n'est rien d'autre qu'un mouvement de molécules dans le cerveau. Admettons que quelque chose d'autre provoque un mouvement contraire qui annule le mouvement dans le cerveau, et ainsi la joie disparaît. Quelqu'un n'allant pas bien loin dans ses cogitations pourrait déjà trouver ici une objection d'importance, n'est-ce pas ? Mais regardons de plus près ce qu'il en est au fond. Donc de même que le piston, le sentiment doit être annulé par un mouvement contraire. Que se passe-t-il quand le mouvement d'un piston en annule un autre ? Les deux mouvements disparaissent ! Le deuxième mouvement disparaît immédiatement lui aussi. Le deuxième mouvement ne peut annuler le premier sans s'annuler lui-même. Mais alors une nouvelle impression ne pourrait jamais en effacer une autre sans

disparaître elle-même. Il est donc faux de prétendre qu'une impression pourrait en effacer une autre. [Si c'était le cas apparaîtrait un état entièrement dépourvu de sensations.]

On pourrait tout au plus encore dire qu'un premier sentiment a été évincé par un deuxième et repoussé dans l'inconscient. Mais on reconnaît alors l'existence de quelque chose qui échappe à l'observation.

Aujourd'hui, nous n'avons pas tenu compte d'une quelconque observation clairvoyante, mais nous n'avons parlé que de représentations purement mathématiques. Comme nous avons maintenant reconnu la possibilité de l'existence d'un monde à quatre dimensions, nous nous demandons : y a-t-il une possibilité d'observer cela sans être clairvoyant ? Oui, mais il nous faut pour cela nous aider d'une espèce de projection. Si vous avez un morceau de surface, vous pouvez le tourner pour que sa projection devienne une courbe. De même, lorsque vous projetez une droite, vous pouvez obtenir un point. À partir d'un volume, vous obtenez une surface. On peut en déduire avec certitude que, si nous sommes convaincus qu'il existe une quatrième dimension, les volumes sont alors des projections d'objets quadridimensionnels.


Figure 58

Nous sommes arrivés ici à la représentation de l'espace à quatre dimensions d'une manière purement géométrique. Mais c'est encore possible d'une autre manière. Considérez un carré qui a donc deux dimensions. Supposez les quatre segments disposés l'un à côté de l'autre. Vous avez ainsi développé les frontières d'un objet bidimensionnel dans une seule dimension (figure 58). Continuons. Supposons que nous ayons un segment. Si nous procédons comme pour le carré, nous pouvons aussi

le développer, plus précisément en deux points [nous avons ainsi développé un objet bidimensionnel en 0 dimension]. Vous pouvez aussi développer un cube en six carrés. Nous avons donc développé le cube en ce qui concerne ses frontières. Nous pouvons alors nous dire: Un segment donne deux points, une surface quatre segments, un cube six surfaces. Nous obtenons la suite de nombres 2, 4, 6.

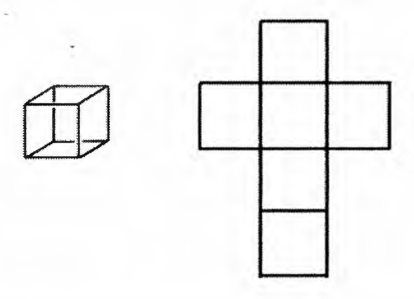


Figure 59

Prenons maintenant huit cubes. Si nous procédons de la même manière, nous obtenons ici les huit cubes comme frontières d'un objet quadridimensionnel. Le développement de ces frontières nous donne une «double croix» (figure 60) pourrait-on dire, les frontières d'un corps régulier à quatre dimensions. [Ce corps: l'hypercube, est appelé tessaract par Hinton].

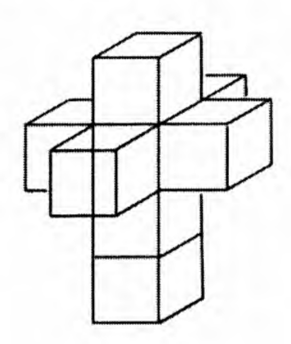


Figure 60

Vous pouvez donc vous former une représentation des frontières d'un de ce corps : le tessaract. Nous avons ici le même type de représentation d'un corps à quatre dimensions que celui que l'être plat bidimensionnel pourrait avoir d'un cube en en développant les frontières.

II

RÉPONSES À DES QUESTIONS

1904 – 1922

SOMMAIRE

conceptions de la plupart des systèmes cosmiques sont unilatérales. Elles résultent d'un point de vue bien précis. Le Soleil se déplace sur une orbite hélicoïdale et la Terre le suit. Seule la direction Terre-Soleil tourne. Tous les autres mouvements sont plus compliqués. La troisième loi (négligée) de Copernic.

La Haye, 12 avril 1922 228

Continuer abstraitement le principe du système des coordonnées mène à des espaces à quatre, cinq, et finalement *n* dimensions. Hinton et le tessaract. À la base de la conception du temps comme quatrième dimension se trouve une façon abstraite de voir l'espace. La quatrième dimension annule au fond la troisième, et il n'en reste plus que deux. De même, avec la cinquième dimension, on retourne à la première: la quatrième et la cinquième annulent la troisième et la deuxième. Pour expliquer la forme d'une fleur, il faut mettre l'origine des coordonnées dans la sphère infinie {le «plan à l'infini»} et de là venir de façon centripétale vers l'intérieur. On arrive à des mouvements glissants et de torsion quand on entre dans l'éthérique. L'hyperbole à titre d'exemple. La géométrie synthétique nous mène progressivement vers un traitement de l'espace conforme à la réalité. La théorie de la relativité d'Einstein est absolument vraie pour l'espace d'observation tridimensionnel et ne peut y être réfutée. Ce n'est qu'au passage dans l'éthérique qu'il en est autrement. Le corps éthérique vit dans un espace total. Par la vision intérieure on arrive à des «absoluités». Dans la théorie de la relativité tout est jugé du point de vue de l'observateur. C'est seulement quand on pénètre dans le spirituel qu'elle cesse d'être valable, car la frontière entre objet et sujet cesse alors d'exister.
Pour la connaissance du corps physique en tant que corps spatial et du corps des forces formatrices en tant que corps temporel, il faut séparer les concepts de temps et d'espace. Le plus souvent, on ne mesure le temps qu'en valeurs spatiales. Ce n'est plus le cas quand on perçoit le temps dans sa réalité comme c'est le cas dans la vision imaginative. À un

moment précis de la vie humaine, la vie de l'âme a une coupe temporelle; toute la vie terrestre passée de l'homme s'y trouve; cette perspective dépend de la vie de l'âme. L'« avant » et l'« après » sont liés de manière organique, non de façon extérieure comme c'est le cas pour les relations spatiales. Les mains croisées dans la jeunesse deviennent des mains bénissantes dans la vieillesse. L'organisme du temps n'est entièrement accessible qu'à l'imagination; mais on peut en acquérir une représentation en étudiant les déroulements temporels. Ostwald disait: les processus vivants ne sont pas réversibles comme les processus mécaniques. Chez l'homme le temporel est une réalité, alors que dans un mécanisme ce n'est qu'une fonction de l'espace.
Le temps réel n'est pas une quatrième dimension comme dans le *continuum* d'Einstein. Le domaine du temps est un monde de plans du temps, bidimensionnel. L'analogue dans la géométrie projective est le plan limite de l'espace à trois dimensions. Une autre analogie du monde imaginatif: la perspective avec les couleurs. Deux dimensions deviennent une réalité dans le monde des imaginations, une dans le monde de l'inspiration; l'intuition est ponctuelle. Mais ceci ne peut pas être mis en relation avec l'espace euclidien.

Les mathématiques: un produit de l'esprit humain. Il est difficile de saisir la réalité avec elles. Passage d'une sphère dans un plan projectif. Devoirs concrets pour des mathématiciens: pour saisir la réalité à partir de représentations mathématiques. Saisir l'espace du toucher et l'espace de la vue en développant des équations différentielles s'intégrant par la méthode de Lagrange. Pour l'espace du toucher et l'espace de la vue, les variables ont des signes positifs et négatifs. La différence entre les intégrales est quasiment nulle. En continuant les calculs on obtient les équations de l'acoustique. Il faut apprendre à laisser les calculs dans la réalité concrète.

Berlin, 1er novembre 1904

Monsieur Schouten pose des questions concernant la quatrième dimension.

J'ai l'intention de tenir une conférence sur la quatrième dimension, et je voudrais essayer d'amener une vision de cette quatrième dimension en liaison avec les exposés de monsieur Schouten. Il vaudra mieux que je parle alors en me reliant à l'expérience directe[1].

Stuttgart, le 2 septembre 1906

Question concernant le travail du Je.

Il y a un travail sur le corps astral, sur le corps éthérique et sur le corps physique. Tout homme travaille sur son corps astral; toute éducation morale est un travail sur le corps astral. Même quand l'homme commence son initiation, son instruction occulte, il lui reste encore beaucoup de travail à accomplir sur son corps astral. Ce qui commence avec l'initiation est un travail plus intense sur le corps éthérique. [En cultivant] l'art et la religion, l'initié travaille consciemment sur son corps éthérique.

La conscience de l'astral est d'une certaine façon quadridimensionnelle. Voici ce que l'on peut dire pour s'en faire une représentation approchée. Ce qui est mort tend à rester dans ses trois dimensions. Ce qui est vivant dépasse continuellement les trois dimensions. Ce qui croît a par son mouvement une quatrième dimension dans les trois autres. Si quelque chose parcourt un cercle, et si ce cercle croît, on obtient finalement une ligne droite (figure 61). Mais nous ne pourrions pas revenir à notre point de départ [en suivant ce mouvement] car notre espace est à trois dimensions. Dans le domaine astral on y revient, car il est un « fermé ». * Il n'y a pas de possibilité de se perdre à l'infini[2].

* La note 2 définit ce terme. Le segment est un fermé : il contient ses bornes qu'on peut donc atteindre. Un intervalle est un ouvert, car on peut continuer de s'approcher de ses extrémités sans jamais les atteindre.

L'espace physique est un ouvert pour la quatrième dimension. Hauteur et largeur sont deux dimensions. La troisième est un « entrer et sortir » vers la quatrième [dimension] [3]. Dans l'espace astral règne une autre géométrie.

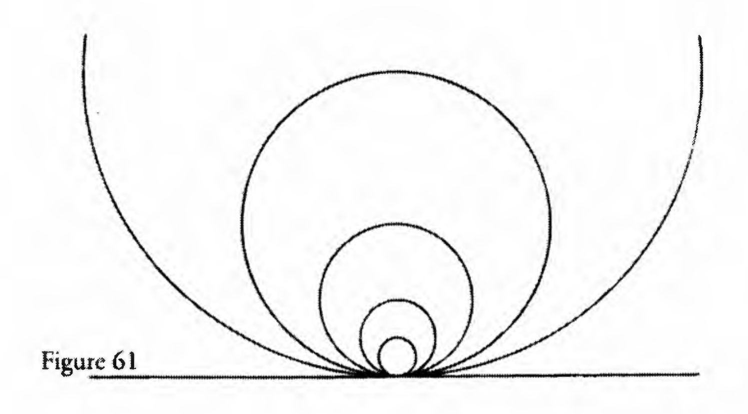


Figure 61

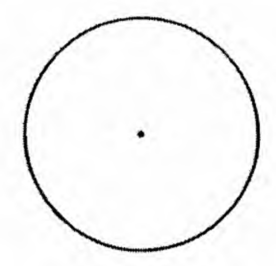


Figure 62

Nuremberg, 28 juin 1908

Question: Le temps a un début; est-il possible de penser que l'espace est également délimité?

Voici une question difficile, car chez la plupart des gens les bases nécessaires à la compréhension ne peuvent pas être développées. Il faut donc dire que la réponse doit être prise comme une donnée communiquée [simplement transmise sans vraie explication]; les temps viendront où l'homme pourra la comprendre entièrement. L'espace du monde physique avec ses trois dimensions est un concept très illusoire si l'homme ne fait que le penser. On pense d'habitude que le monde devrait être fermé quelque part comme par une palissade de planches, ou alors il faut qu'il s'étende à l'infini.

Ces deux concepts [l'infini et le borné] viennent de Kant, qui a montré que l'on pouvait argumenter pour et contre chacun d'eux[4].

Mais on ne peut pas juger aussi simplement. Comme tout ce qui est matériel se trouve dans l'espace, et que tout ce qui est matériel est une condensation en l'esprit, il devient évident que l'on ne peut avoir d'idées claires sur l'espace qu'en s'élevant du monde physique dans le monde astral.

Quelque chose de très curieux y est lié, quelque chose dont les mathématiciens qui ne sont pas des clairvoyants se sont déjà doutés. Si vous imaginez une droite dans l'espace, il semblerait que, si on la trace dans notre espace, elle s'étend dans les deux sens, et que, dans les deux sens, elle

part à l'infini. Dès que l'on suit cette ligne dans le monde astral on s'aperçoit pourtant qu'elle est courbée dans l'astral et que si on la suivait dans un sens on reviendrait de l'autre côté, tout comme lorsqu'on parcourt un cercle[5].

Quand la taille du cercle augmente, le temps mis pour le parcourir devient de plus en plus grand ; finalement, si on voulait parcourir un tel cercle géant, un morceau du cercle serait déjà peu différent d'une droite. Et l'on constate ainsi qu'il manque très peu pour passer du cercle à la droite.

Sur le plan physique, il est impossible de revenir ; sur le plan astral, par contre, on reviendrait vraiment de l'autre côté, parce que l'espace, dans la mesure où il est droit sur le plan physique, est courbé sur le plan astral. Et on est donc en présence d'une situation concernant les relations dans l'espace tout autre quand on pénètre dans l'astral[6].

On peut donc dire que l'espace n'est pas cette structure illusoire, mais c'est une sphère* non bornée**. Et ce qui apparaît à l'homme n'est qu'une espèce de (...) et une image*** de l'espace refermé en lui-même****.

On ne peut donc pas dire que l'espace est fermé par une sorte de palissade en planches mais : l'espace a une structure « continue », car (en parcourant une droite) on revient toujours au même point de départ.

* Le contexte ne permet pas de déterminer avec certitude s'il est question de boule ou de sphère.
** Nous traduisons ici « in sich geschlossene » (fermée en soi) par « non bornée » car « fermé » a un autre sens en français qu'en allemand.
*** Le terme allemand utilisé signifie littéralement : « copie faite par impression ».
**** Donc « sans frontières ».

Düsseldorf, 21 avril 1909

Question: Doit-on se représenter les hiérarchies liées au sens de l'espace puisqu'on parle à ce propos de domaines régis?

On peut dire que l'entité, la nature de l'homme vit sa vie dans l'espace. Mais il faut se représenter l'espace du point de vue occulte comme quelque chose qui a été créé par un travail*. Cette création *précède* le travail et l'action des plus hautes hiérarchies. Nous devons donc considérer l'espace comme préexistant. Mais nous ne devons pas nous représenter la plus haute Trinité spatialement, car l'espace aussi a été produit par Elle. Ces êtres, nous devons nous les représenter sans l'espace. L'espace est quelque chose de créé. Mais les actions des hiérarchies dans notre univers sont limitées spatialement, tout comme celles de l'homme. Ce qui se déplace dans l'espace, ce sont les autres hiérarchies.

Question: Peut-on appliquer la notion de temps aux processus spirituels?

Certes; mais les processus spirituels les plus élevés de l'homme mènent au concept: ils se déroulent hors du temps. Les activités des hiérarchies sont hors du temps. Il est difficile de parler de la naissance du temps: la notion de «naître» inclut déjà la notion de temps. Il faudrait plutôt parler de la *nature* du temps. Et on ne peut pas en parler

* Travail au sens de l'enfantement.

facilement. Le temps n'existerait pas si tous les êtres étaient au même degré d'évolution. C'est par l'action commune d'un ensemble d'êtres inférieurs et d'un ensemble d'êtres supérieurs qu'apparaît le temps. Hors du temps, des degrés d'évolution différents sont possibles. C'est de leur collaboration que naît le temps.

Question: Qu'est l'espace?

La Trinité, il faut se la représenter sans l'espace, car c'est Elle qui a produit l'espace. Il est, en tant que tel, quelque chose de créé. Il appartient à notre monde.

L'espace prend seulement une signification pour ce qui se déroule à l'intérieur de l'existence terrestre. Entre la naissance et la mort, l'homme se trouve enfermé dans l'espace et le temps, coupé du spirituel, tout comme le ver sous la terre.

Temps – les états les plus élevés de l'homme se trouvent hors du temps. Parler de la notion d'apparition du temps, de la nature du temps, n'est pas facile. Il faut considérer ici des faits extrêmement subtils. Le temps n'a de signification que depuis la séparation du Soleil de l'ancienne Lune. Tout ce qui est extérieur est dans l'espace, tout ce qui est intérieur se déroule dans le temps. Les deux nous délimitent.

Il n'y aurait pas de temps si tous les êtres étaient au même niveau d'évolution. Dans le « hors du temps » on peut s'imaginer des degrés d'évolution de même nature. Du fait qu'ils se différencient, la notion de temps apparaît, parce que de nombreux degrés d'évolution collaborent.

Pour la divinité, l'évolution existe aussi. Pendant l'évolution, le concept d'évolution lui-même évolue.

Düsseldorf, 22 avril 1909

On peut avoir une représentation de l'espace à trois dimensions. Un principe important de l'école de Platon disait que Dieu géométrise[8]. Les concepts géométriques de base éveillent des facultés de clairvoyance[9]. La « géométrie de la position » [10] montre que partout, de chaque côté, le point à l'infini [d'une droite] est le même : le point à l'infini à gauche est le même qu'à droite. On dit que finalement le monde est courbe. Cela signifie que le monde est au fond une espèce de boule* : on finit toujours par revenir au point de départ[10]. Si je prends des théorèmes géométriques, ils tendent vers des cas limites[11]. L'espace à trois dimensions revient vers son point (de départ). C'est pour cela que, sur le plan astral, le point *A* agit sur le point *B* sans lui être relié[12].

On introduit le matérialisme dans la théosophie quand on suppose que si on va dans le monde spirituel, la matière devient toujours de plus en plus fine. Ce n'est pas ce qui mène dans le spirituel, mais c'est par des représentations comme point *A* – point *B* qu'on parvient à se faire des représentations de l'espace à 4 dimensions.



Figures 63 et 64

* Ou hypersphère.

Comme exemple, pensons à une cynips – une mouche de galle[13] – avec sa taille fine (figure 63), et imaginons que la jonction n'existe pas au milieu, et que les deux parties se meuvent de façon coordonnée, seulement reliées par une action [astrale]. Étendez cette notion à de nombreux domaines d'action (figure 64) dans un espace à plusieurs dimensions.

Berlin, 2 novembre 1910

La formulation de la question est perdue.

La plante a 4 dimensions. Dans la quatrième dimension, une force opposée à la pesanteur agit de bas en haut ; c'est pour cela que la sève peut monter. Les feuilles se comportent indifféremment vis-à-vis des deux dimensions horizontales : Cela, combiné avec la direction montante, donne la disposition des feuilles en hélice*; dans la plante, la direction vers le bas, celle de la pesanteur, est annihilée par la quatrième dimension [cela donne un degré de liberté dans une direction à la plante]

[L'animal possède cinq dimensions dont deux, la quatrième et la cinquième sont opposées à deux des autres]. Chez l'animal, deux dimensions sont donc annihilées. C'est pour cela qu'il peut se mouvoir librement dans deux dimensions.

[L'homme est un être à six dimensions]. Les dimensions quatre, cinq, six sont opposées aux trois autres. Par conséquent, chez lui, trois dimensions sont annihilées. L'homme a [donc] trois degrés de liberté ; il peut se mouvoir dans trois dimensions[14].

* L'auditeur avait noté « en spirale », expression souvent utilisée pour « en hélice ».

Bâle, 1er octobre 1911

Question: Qu'est-ce que l'électricité?

L'électricité est de la lumière en état inframatériel. C'est là que la lumière est le plus lourdement comprimée. Il faut admettre que la lumière possède aussi de l'intériorité; elle est en tout point elle-même. La chaleur peut s'étendre dans les trois dimensions de l'espace; dans le cas de la lumière, il faut parler d'une quatrième. Elle est quatre fois étendue. Elle a de l'intériorité comme quatrième dimension [15].

Munich, 25 novembre 1912

Question: A-t-on obtenu quelque chose concernant la quatrième dimension et les dimensions encore supérieures par la voie de la science de l'esprit ?

Ce n'est pas facile à faire comprendre. L'homme part de ce qu'il sait depuis le monde des sens physiques, et là le monde a ses trois dimensions. Le mathématicien se forme, au moins théoriquement, des représentations sur une quatrième dimension et des dimensions supérieures, car il peut étendre des représentations de l'espace à trois dimensions par la méthode analytique à l'aide de variables – et peut ainsi parler de variétés supérieures, d'abord dans la pensée mathématique[16].

Si quelqu'un connaît bien ces choses, c'est-à-dire s'il y participe avec son cœur et connaît bien, en même temps, les mathématiques, il découvrira beaucoup de choses. Signalons par exemple Simony à Vienne[17].

Ce n'est d'abord qu'une représentation ; la vue réelle apparaît quand on pénètre dans le monde spirituel. Là apparaît la réelle nécessité de se retrouver dans plus de trois dimensions. Car tout ce qui est représenté sous forme d'images, donc encore avec les caractéristiques du monde à trois dimensions, n'est rien d'autre qu'un reflet des propres processus de notre âme. Dans les mondes supérieurs, en effet, il y a d'autres relations « spatiales » – si on peut encore les qualifier ainsi.

Il en est de même en ce qui concerne le temps. Ceux qui disent toujours : qu'est-ce qui donne la certitude que

tout ce qui est affirmé ici n'est pas que des hallucinations ? – on entend souvent d'excellentes objections de ce genre – ceux-là devraient en tenir compte

On ne tient pas compte du fait que ce avec quoi on travaille dans la science de l'esprit est très différent de ce que sont les hallucinations. Cette question offre l'occasion de compléter ce qui a été dit dans la conférence – car on ne peut naturellement pas tout dire, et la conférence d'aujourd'hui a suffisamment duré – en rendant attentif aux modifications que subissent les notions de temps et d'espace quand on pénètre dans le monde spirituel.

Quand les images que l'on a envoyées au diable*, pour ainsi dire, reviennent, alors ce qui revient n'a de sens que quand on les aborde de manière pluridimensionnelle. Mais cela nous est alors aussi naturel et évident que le tridimensionnel l'est dans le monde des sens. C'est pour cela que la géométrie ordinaire est inadéquate pour le monde spirituel.

En ce qui concerne les mathématiciens, il faut dire que les spéculations qu'ils commencent à faire sur la quatrième dimension ont alors une réelle valeur. Mais d'habitude [ces espaces ne sont développés] que comme généralisation, et non à partir de la réalité, qui ne leur correspond pas entièrement. Il faudrait au fond avoir une mathématique encore bien meilleure pour pouvoir calculer avec ce à quoi le chercheur spirituel a à faire.

Mais il faut quand même répondre oui, ici, à cette question. Des corrélations avec le monde spirituel, des représentations de l'infini qui règnent dans les mathématiques deviennent des réalités ; surtout des choses venant des lisières des mathématiques. Je sais par exemple par ma propre expérience que, par une idée lumineuse, j'ai soudain pu comprendre un fait particulièrement important

* Lit. « Jeté dans l'Orcus ».

concernant l'espace astral alors que je m'occupais à l'université – il y a de nombreuses années – de géométrie synthétique [projective] moderne telle qu'on la connaissait à l'époque, et de mécanique analytique[18].

Il s'agit du fait que le point à l'infini à gauche d'une « droite achevée » * est identique au point à l'infini à droite ; qu'une droite, en ce qui concerne l'ensemble de ses points a la même structure d'ordre ** qu'un cercle ; ou encore que si on court assez longtemps le long de la droite sans perdre son souffle, on revient de l'autre côté[19].

De ceci on peut seulement s'en convaincre, mais non en tirer des déductions ; les déductions ne mènent à rien en recherche spirituelle. Il faut laisser agir les choses sur soi, c'est ce qui mène à la connaissance du monde suprasensible.

Quand il s'agit des mondes suprasensibles, il ne faut pas surestimer les mathématiques. Il est vrai que les mathématiques ne servent que de manière formelle, ce n'est pas un moyen pour arriver à la réalité ; mais ce qui est mathématique peut être compris avec les seules forces intérieures à l'âme elle-même, et ces vérités sont valables pour tout autre homme. C'est ce que les mathématiques ont en commun avec la science de l'esprit.

* C'est le nom donné à une droite infiniment étendue dans les deux sens et complétée par son point à l'infini.
** On dit aujourd'hui : le même ordinal.

Berlin, 13 février 1913

Question: Le nombre d'or s'appuie-t-il sur des lois de l'occultisme?

La division selon le rapport du nombre d'or se fonde sur une loi occulte, car elle est basée sur l'action de ce qui est dans l'espace; une loi occulte dont Goethe[20] disait que le plus caché était le plus manifeste. Inversement, elle se fonde sur une loi intimement liée à notre constitution humaine: la loi de la répétition et la loi de la répétition modifiée[21].

Qu'on regarde par exemple la littérature de Bouddha, là on répète toujours la même chose avec seulement une petite variation. Il ne faut pas négliger cet élément, car ce n'est pas seulement le contenu qui importe[22].

Avec le nombre d'or, [il ne s'agit] pas d'une simple répétition, mais de se retrouver à l'intérieur de l'affaire elle-même, car on a au fond trois parties seulement[23]. C'est ce fait d'avoir une répétition qui se referme en soi, tout en n'étant pas complètement structurée en soi-même, qui nous rend le nombre d'or tellement sympathique.

Berlin, 27 novembre 1913

Question: L'homme a-t-il entre la mort et une nouvelle naissance la même conscience du temps que lorsqu'il est incarné?

Il y aura quelque chose à dire à ce sujet dans ma conférence du 19 mars [1914] «L'homme entre la mort et une nouvelle naissance[24]». Vivre après la mort signifie: sortir des relations du monde physico-sensible et entrer en de tout autres relations avec le temps et l'espace.

Dans la théorie de la relativité[25] on commence déjà à développer de tout autres concepts de temps. Voici ce que l'on peut dire: pour passer de la formule du mouvement aux conditions du monde spirituel, en partant des facteurs de la formule du mouvement, il faut utiliser celle-ci sous la forme

$$c = \frac{s}{t}.$$

Car *s* (la distance) et *t* (le temps) appartiennent, tels qu'on les connaît aujourd'hui, au monde des sens; alors que *c* (la célérité) [ou *v* (la vitesse)] est au fond un facteur qui appartient à la vie intérieure; c'est même le cas pour un corps anorganique. Si on veut comprendre le temps dans le monde spirituel, il faut donc d'abord parler d'une quantité de vitesse qu'a l'être en question, et ensuite on peut, en tant qu'observateur extérieur, obtenir quelque chose concernant le temps. Alors on peut par exemple trouver que, dans la vie du *kamaloka,* le temps est à peu près trois fois plus rapide, en faisant une espèce de comparaison. Par des études de ce genre, on

obtient une impression des relations entre le temps dans la vie spirituelle et dans la vie sensible.

Dans le monde spirituel règnent d'autres « principes de temps » qui sont variables, changeants, par rapport à ceux du monde des sens. Le temps qu'on y rencontre dépend des processus de développement intérieurs, et ne peut donc être comparé mathématiquement avec un intervalle de temps du monde physique.

Stuttgart, 7 mars 1920

Première question: La loi de la propagation de la lumière absolue est-elle exacte ?

Deuxième question: Y a-t-il une réalité à la base de la relativité du temps admise par Einstein ?

Que la lumière se propage dans l'espace absolu à la même vitesse constante, serait votre première hypothèse. Nous ne pouvons pas bien parler de propagation de la lumière dans l'espace absolu, n'est-ce pas, parce qu'il n'existe pas d'espace absolu. Sur quelle base nous fondons-nous pour parler d'espace absolu ? Vous disiez, à juste titre, que vous admettez que la lumière se propage avec une vitesse infiniment grande, et vous déduisez la vitesse effective de la lumière de la résistance du milieu.

Mais je vous demande alors: D'après vous, est-il possible de parler de vitesse de propagation de la lumière de la même façon que pour n'importe quel autre corps ?

Hermann von Baravalle: Certainement pas.

À partir du moment où vous n'identifiez pas la lumière avec un quelconque autre corps, vous n'êtes pas du tout capable de mesurer la vitesse de propagation de la lumière de la même manière que celle d'un autre objet. Quand un objet ordinaire, un objet matériel, vole à travers l'espace avec une certaine vitesse, il se trouve à un moment donné en un point précis, et toute la méthode de mesure est basée

sur le fait que, pour déterminer la vitesse, je mesure la distance au point de départ à deux moments successifs. Cette méthode n'est possible que tant que le corps matériel en mouvement quitte complètement l'espace de lignes sur lequel il continue à se déplacer. Supposons qu'il ne le quitte pas complètement mais laisse une trace. Il est alors impossible d'appliquer cette méthode, car je n'ai aucun moyen – si l'espace que le corps a parcouru n'a pas été abandonné mais reste occupé du point-de-vue-des-lignes – je n'ai aucun moyen d'utiliser cette méthode de mesure. Ceci non pas du fait que l'on ne pourrait pas mesurer les différences, mais parce que la vitesse « qui suit » modifie continuellement ce qui est poussé plus loin ; et je n'ai plus la possibilité d'appliquer la méthode usuelle, si je n'ai pas affaire à quelque chose de substantiel – qui quitte l'endroit derrière soi –, mais à une entité qui ne le quitte pas entièrement et laisse des traces derrière elle. Avec la vitesse de la lumière, on ne peut donc pas parler d'une marche continue, d'un déplacement, de la même façon qu'avec un objet matériel, ni établir une formule à partir de la différence de lieux, ce qui sert de base pour la mesure de la vitesse.

On est donc mis dans l'obligation, quand on veut parler de l'expansion de la lumière, de ne parler que de la vitesse de la surface de niveau extrême atteinte par la lumière. Mais si l'on veut parler de la vitesse du niveau de la lumière, on devrait continuellement, pour mesurer la vitesse de la lumière, se ramener à l'origine de l'expansion de la lumière. On devrait commencer par mesurer là d'où la lumière est partie, et il faudrait faire l'hypothèse que la lumière continue à se répandre de plus en plus. On serait obligé, par exemple dans le cas du Soleil, de retourner à l'origine d'où est partie l'expansion de la lumière et de supposer que la lumière continue à se déplacer de plus en

plus loin. Ceci n'est pas non plus justifié, car à partir du moment où la surface du niveau atteint par la lumière ne grandit pas simplement de plus en plus, mais est soumise à une espèce de loi d'élasticité de telle manière que, quand elle a atteint une certaine limite, elle revient de nouveau en elle-même, alors je n'ai pas à faire avec une simple expansion de la lumière mais avec un aller-retour sur un même trajet. Si je prends un endroit dans un espace empli de lumière, je n'ai pas affaire à quelque chose qui, à partir d'un point, s'étend vers un autre, mais avec la rencontre de deux entités, dont l'une vient du centre et l'autre de la périphérie, si bien que je ne puis faire autrement que me poser cette question fondamentale : ai-je donc, quand je considère l'expansion de la lumière, vraiment affaire avec des vitesses au sens habituel du mot ?

Je ne sais pas si on m'a compris.

Je n'ai pas affaire à des vitesses d'expansion au sens ordinaire du mot ; et il me faut donc, pour passer de vitesses ordinaires à des vitesses de lumière, trouver des formules éventuellement issues des formules d'élasticité, donc d'un système – si je veux m'exprimer de façon imagée – de mouvements matériels de morceaux d'espace [se comportant] plastiquement dans un système fermé élastique possédant une limite sphérique déterminée[26].

Je n'ai donc pas le droit de me servir de cette formule [habituelle] si je veux passer [au domaine] de la lumière. Je vois donc chez Einstein une faute dans le fait qu'il part de formules ordinaires de la mécanique – car elles le sont – et les applique à la propagation de la lumière, en admettant l'hypothèse que la lumière qui se propage peut être mesurée comme un corps [matériel] se déplaçant à travers l'espace[27].

Il ne tient pas compte du fait que la lumière qui se propage n'est pas formée de particules cosmiques [matérielles], mais de quelque chose où il se passe quelque chose

dans l'espace, où il reste une trace qui a pour effet de faire luire, si bien que je ne puis mesurer simplement comme lorsqu'un corps se déplace sans rien abandonner (... dessin). Quand la lumière se déplace, il y a continuellement une trace, et je ne peux pas dire qu'elle se propage avec une vitesse déterminée, car seule la surface de niveau [le front] se déplace. C'est ce qui importe. J'ai donc affaire à une certaine entité dans l'espace qui est utilisée (*in Anspruch genommen*) par ce qui se propage.

Et puis la deuxième faute – elle est au fond liée à la première – je la vois dans le fait qu'Einstein applique au système de l'univers les principes applicables à un système mécanique constitué de points se déplaçant les uns par rapport aux autres. Ce faisant, on ne tient pas compte du fait que le système de l'univers ne peut être un système que l'on obtient simplement comme la somme de processus mécaniques. Si le système de l'univers était par exemple un organisme, je n'aurais pas le droit de le réduire à des processus mécaniques. Si je laisse un processus mécanique se dérouler dans ma main, il n'est – pour l'essentiel – pas seulement déterminé par le système mécanique fermé, mais la réaction de l'organisme entier commencera immédiatement. Il faut s'interroger si je puis, sans problème, utiliser une formule pour l'autre quand je m'occupe de propagation de la lumière; si là il n'y a pas une réaction du système de l'univers tout entier. Et je puis encore moins imaginer un système de l'univers entier sans lumière et sans qu'apparaisse la réaction de ce « système de l'univers entier » qui se déroule pour l'essentiel autrement que ne le font les vitesses dans un système mécanique fermé[28].

Il me semble que [ce sont] deux fautes de principe faites par Einstein. Je ne me suis occupé que de façon passagère de la théorie d'Einstein; nous savons tous que des déductions mathématiques peuvent très bien correspondre

à des résultats empiriques. Donc la vérification de l'influence du Soleil sur de la lumière stellaire passant à proximité ne serait pas une vérification définitive de la théorie d'Einstein[29].

Mais c'est parce que ces deux notions sont placées comme principes à la base de sa théorie, qu'Einstein en arrive toujours à une telle façon de penser abstraite* et paradoxale. Ceci se rapproche déjà de l'exemple de Wilhelm Busch que vous avez utilisé tout à l'heure, où la main prend son élan de façon si énergique, de telle sorte que l'on a un peu l'impression de recevoir une gifle. C'est déjà le cas par exemple quand Einstein déduit de ses pensées ce qui se passerait si une horloge se déplaçait à la vitesse de la lumière et revenait[30]. Une horloge qui part à la vitesse de la lumière et revient, j'aimerais savoir si c'est une pensée réelle. Il m'est en effet impossible de mettre en œuvre cette pensée, car au moment où je me pose cette question : que va-t-il se passer, que va devenir l'horloge ? – je ne puis absolument pas penser cette pensée[31]. Si l'on est habitué à rester avec ses pensées dans la réalité, on ne peut penser de telles pensées. Et aux endroits où Einstein en arrive à de telles pensées, cela montre qu'elles sont basées sur des erreurs de principe comme celles que je viens de signaler.

Ce sont les remarques que je voulais faire d'abord. Abordons maintenant la question du temps. En ce qui concerne la lumière, il serait nécessaire de ne pas commencer avec des équations mécaniques habituelles, mais d'écrire des équations élastiques et de s'en servir comme base de départ. Ce qu'il est nécessaire d'utiliser devrait pouvoir être tiré de la théorie de l'élasticité. Nous en arrivons à quelque chose que je ne puis que révéler comme un fait. Nous en arrivons au fait que, pour toute expansion qui forme une surface de niveau, il est impensable qu'une entité s'étende

* Abstrait : l'adjectif, au sens le plus habituel.

et qu'on puisse dire alors qu'elle s'étend à l'infini. Il se trouve toujours une sphère d'où elle rebondit. Ce qui fait que face à la réalité je n'aurais jamais le droit de dire : Voici le Soleil, et de ce Soleil rayonne une lumière qui se perd à l'infini. Ce n'est jamais le cas, mais elle arrive à une limite où l'élasticité de l'expansion est épuisée, et d'où cela retourne en soi-même. Il n'existe pas de système infini qui coïnciderait avec la notion d'expansion et se perdrait dans le néant. Chaque entité qui s'étend arrive à une limite d'où elle revient, voudrais-je dire, à peu près d'après la loi des corps élastiques. Jamais, quand on parle de lumière, on n'a affaire à quelque chose qui s'étend de tous les côtés. Nous avons toujours affaire à quelque chose que l'on pourrait comparer à des ondes stationnaires. C'est là qu'il faut chercher les formules, et non dans la mécanique habituelle[32].

Reste le problème du temps lui-même. Le temps ne fait pas toutes ces métamorphoses. De toute façon, [ici, dans le domaine mécanique] le temps n'est pas une réalité. Si nous prenons la formule la plus simple :

$$s = c\,t\,,$$

d'après la loi de la multiplication ordinaire, je ne puis rien obtenir d'autre pour s que ce qui est de nature identique à c, sinon il faudrait que l'espace s soit identique au temps t. Et ceci serait évidemment impossible. C'est ainsi que, dans cette formule, je ne puis que considérer l'espace mathématiquement identique à la vitesse c.

Je ne peux pas multiplier des pommes avec des poires n'est-ce pas. L'un doit forcément se trouver dans l'autre. La réalité du temps n'est pas un nombre, et pourtant, dans ces formules, le temps ne peut être rien d'autre qu'un nombre. Ce n'est qu'en supposant que j'ai à faire un nombre-non-qualifié* (*ungenannt*) que j'ai le droit d'écrire cette formule[33].

* Probablement : un pur nombre.

La formule :

$$c = \frac{s}{t}$$

est d'une autre nature.

J'ai ici de l'espace [*s*] d'une certaine grandeur, qui m'est donnée par rapport à la grandeur du nombre *t*. C'est à partir de là que j'obtiens la vitesse [*c*]. J'ai dit que pour la réalité peu importe si je me représente des atomes ou des molécules, ou de la matière aux dimensions de taille perceptible précise. Ce que j'ai devant moi dans l'espace empirique, je dois donc le considérer comme ayant toujours une certaine vitesse – tout le reste sont des abstractions. Le temps est d'abord quelque chose que j'ai obtenu à partir du diviseur, et le parcours est d'abord quelque chose obtenu à partir du dividende. Mais ce sont des abstractions. Ce qui est réel – cela ne concerne que les systèmes mécaniques – est la vitesse présente, immanente, dans chaque corps. Si, pour d'autres raisons, le physicien avait le droit d'admettre la théorie atomique, on ne devrait pas admettre que des atomes puissent exister sans vitesse immanente. La vitesse est une réalité authentique[34].

Il faut donc dire : le temps, en tant que tel, est au fond quelque chose que nous abstrayons des phénomènes. C'est vraiment une abstraction obtenue à partir des phénomènes. Parmi ce que nous avons présent devant nous, seule la vitesse doit être considérée comme une réalité.

Si nous comprenons cela, si nous le pénétrons pleinement, alors nous ne pouvons faire autrement que de nous représenter ce que j'appellerais le temps comme apparaissant autour des phénomènes (comme un épiphénomène). Ainsi il devient quelque chose qui accompagne les phénomènes et agit avec eux, et là nous ne devons pas négliger cette réalité relative[35]. Ce facteur que j'ai moi-même obtenu par abstraction, agit de telle manière que l'on

obtient un concept de base réel, disons, pour ce qui se présente à nous à partir de la durée de vie d'un organisme [vivant]. Je ne puis pas seulement mesurer la durée de vie extérieurement, mais ici le parcours est immanent. Quand j'ai un organisme vivant, une certaine durée de vie en fait tout simplement partie. Cela fait partie du cours des processus organiques et cela en découle.

[Il en est de même pour la taille d'un organisme.] Il ne s'agit pas de mesurer cette longueur en la comparant à quelque chose, car cette longueur [elle aussi] est immanente. Le concept adéquat, ici, ne peut être utilisé de façon hypothétique comme on a l'habitude de le faire. L'homme possède une certaine taille. Pourtant on admet par exemple [hypothétiquement] qu'il pourrait exister des hommes minuscules dans notre univers habituel.

Pour tout le reste, la grandeur relative que j'attribue à l'homme par rapport à d'autres [choses] est sans importance. [Mais pas pour l'homme lui-même, car] l'homme a, de façon immanente, une taille bien définie. Voici un point important. L'homme ne peut pas être, de façon arbitraire, plus grand ou plus petit. Quand je fais de telles suppositions, je pèche contre le système de l'univers tout entier. Certains penseurs de la nature se demandent : comment serait [la vie] dans un système cosmique qui, par rapport au nôtre, serait infiniment petit ou infiniment grand ? C'est un non-sens. Car il y a une nécessité interne à ce que les objets réels qui se trouvent en face de nous aient aussi une extension précise dans l'espace. Ils possèdent de même un intervalle de temps déterminé.

Et j'en arrive ainsi au fait que toute entité qui peut être considérée comme une totalité porte en soi son propre temps. J'ai le droit de considérer à part un fragment d'un corps inorganique, mais non pas une feuille, parce qu'elle n'existe qu'au sein d'un arbre. Je dois donc tenir compte

dans mon étude de ce qui est un système complet fermé, de ce qui est une totalité. Toute totalité que j'observe ainsi a en elle le temps comme quelque chose d'immanent. De telle sorte que je n'ai au fond pas grande estime pour un temps abstrait en dehors de l'objet, et qui existerait à côté du temps immanent de chaque objet ou phénomène. Si je considère le temps qui doit aller du début à la fin, cela me donne la même impression que si je me forme le concept abstrait d'un cheval isolé. Les chevaux isolés sont présents dans la réalité de l'espace environnant, mais pour former le concept, il faut que je lui attribue encore autre chose. Il en est de même avec le temps. La question : le temps est-il variable en lui-même ou non, n'a pas de contenu véritable, parce que chaque système total possède, dans son essence immanente, son [propre] temps, et son [propre] déroulement des vitesses. Le déroulement des vitesses de l'anorganique ou des processus vitaux découle de ce temps immanent.

C'est pour cela qu'au lieu d'une théorie de la *relativité* qui présuppose toujours que l'on peut trouver des relations – comparer un système de coordonnées avec un autre –, je voudrais plutôt fonder une théorie de l'*absoluité,* qui parte de l'intention de rechercher où se trouvent des systèmes complets dont on puisse parler comme on parle de la totalité d'un organisme. On ne peut pas parler de la totalité de la période du silurien de la Terre, mais il faut coupler la période du silurien avec une autre période [géologique] pour en faire un système complet. Je ne puis pas plus parler d'une tête humaine comme d'une totalité, il faut le reste pour en faire une totalité.

En géologie, on décrit une période après l'autre comme si chacune était ainsi une réalité. Mais ce n'est pas le cas. Elle n'est une réalité qu'avec l'ensemble de la Terre, de même qu'un organisme est une réalité dont je n'ai le droit

de rien arracher. Il importerait plutôt de considérer nos processus par rapport à leur propre réalité intérieure plutôt que de le faire par rapport à des systèmes de coordonnées ; on obtiendrait ainsi des systèmes complets. Et alors il nous faudrait revenir vers une espèce de monadisme. Nous surmonterions cette théorie de la relativité et développerions une théorie de l'absoluité.

Nous verrions alors que la théorie d'Einstein est vraiment la dernière expression de la tendance abstraite. Einstein se meut entièrement dans des abstractions. Quelquefois, elles sont même insupportables. Par exemple quand on fait simplement l'hypothèse : que se passerait-il si je me déplaçais à la vitesse du son ? Si je le fais, je n'entendrai jamais de véritables sons, dit-on, parce que le son s'en va toujours avec moi. Pour quelqu'un qui pense de manière réelle, avec des totalités, un tel concept n'est pas réalisable, parce qu'un être doué d'ouïe ne peut se déplacer à la vitesse du son, il éclaterait[36].

Et il en est de même si je demande : le temps est-il modifiable en lui-même ou non ? Évidemment, le temps abstrait, le temps absolu, ne donnerait aucune possibilité de constater des modifications d'après la manière dont je le pense *a priori* ; mais si je veux parler de modification du temps, il me faut saisir la réalité du temps. Or cela, je ne le puis qu'en tenant compte des systèmes complets qui existent dans le monde.

Stuttgart, 7 mars 1920

Question: La théorie d'Einstein stipule qu'une énorme quantité d'énergie se trouve concentrée dans un kg de matière, et il semble qu'en la dissolvant, donc en la spiritualisant, on pourrait trouver une nouvelle source d'énergie.

Ces points ne sont au fond pas directement en rapport avec les parties de la théorie d'Einstein que nous avons traitées aujourd'hui[37]. On peut effectivement dire qu'il y a bien des choses derrière cela et chercher la force que l'on obtient en désintégrant la matière. Là, il s'agit de savoir – le côté théorique ne pose pas grand problème – si cette force peut être utilisée par la technique. Peut-on utiliser ces forces énormes quand elles sont libérées? Car si le moteur où on veut les utiliser est immédiatement détruit par l'énergie de ces forces, il va de soi qu'on ne peut les utiliser. Il s'agirait de trouver la possibilité d'utiliser ces énergies dans des systèmes mécaniques. Alors seulement la voie sera trouvée.

Pour pouvoir l'utiliser il nous faut, théoriquement, une matière capable de supporter cette haute énergie de rayonnement, une matière capable de résister à cette énergie. La possibilité de libérer cette énergie existe. Nous sommes moins près, par contre, de pouvoir l'utiliser.

Question: Serait-il possible de faire totalement disparaître cette masse de telle manière que tout devienne de l'énergie, que tout ne devienne que du rayonnement[38]?

C'est en quelque sorte à exclure dans ce qui se passe dans les tubes [de décharges dans les gaz]. Il ne s'agit plus que d'électricité qui s'écoule. (...) Il n'y a au fond que des vitesses; et nous n'entrons dans ces calculs que par l'intermédiaire des vitesses[39].

Il s'agit de savoir si, en écrivant la formule [$E = mc^2$] où masse et énergie apparaissent simultanément, on tient suffisamment compte du fait que la masse en tant que telle est quelque chose d'autre que de l'énergie; si je ne sépare pas au fond abstraitement deux choses qui, en réalité, forment une unité. Il s'agit de savoir s'il y a une justification pour cette formule[40].

Cela pourrait n'être en réalité qu'une énergie potentielle. La relation d'Einstein $E = mc^2$ ne serait alors qu'un masque nouveau, un habit neuf, pour une vieille formule [de l'énergie potentielle] [41].

Question: Ne peut-on pas trouver le point de départ en partant de *p s*? [42]

La difficulté apparaît uniquement du fait que si je mets deux grandeurs d'un système en relation avec une grandeur appartenant à un autre système de grandeurs – par exemple le temps mis par deux personnes pour faire un certain travail en relation avec quelque chose lié au coucher du soleil – donc deux événements d'un système de grandeurs en relation avec quelque chose appartenant à un autre système, alors ce processus prend facilement le caractère de quelque chose qui ne dépendrait pas d'un système mais aurait une valeur intrinsèque – car je puis effectivement l'appliquer à tous les éléments de ce système.

Vous n'avez pas le droit de supposer que ce qui est une abstraction spatiale du système solaire soit aussi valable dans un autre système. Vous pouvez par exemple faire le

beau calcul suivant: si vous constatez les modifications du cœur humain de 5 en 5 années vous pouvez dire d'un homme que l'état de son cœur est tel et tel, et qu'il y a 5 ans il était tel et tel. En prolongeant les calculs vous pouvez demander: comment était ce cœur il y a 150 ans? Comment sera-t-il dans trois siècles?

C'est ainsi que nos astronomes calculent en partant de la situation actuelle de la Terre. Ils introduisent des données de temps et calculent ensuite de très belles choses; de très belles choses qui ne sont pas plus valables en ce qui concerne l'évolution la Terre que ne le sont les résultats des calculs sur l'état du cœur dans 300 ans!

On oublie toujours et encore que ce qui est valable pour le temps immanent [d'un processus] n'a plus de signification [quand le processus est terminé]. Je ne peux donc pas dépasser [la durée d'un système global vivant]. Le système global est ce qui me permet de rester à l'intérieur d'un système. Ceci est violé dès que je vais au-delà d'un système global. La validité apparente vient du fait que nous nous sommes habitués à prendre des mesures dans des systèmes de grandeurs [globaux] et à considérer ensuite comme absolu ce qui n'est valable que dans ces systèmes.

Stuttgart, 11 mars 1920

Première question: Est-ce que l'essai qui vient d'être présenté de définir l'hypercomplexe par des relations entre points sur des surfaces « courbées » * (respectivement sur des « variétés ») peut être considéré comme conforme à la réalité?

Deuxième question: Est-il possible d'arriver à une conception vivante de l'imaginaire**, c'est-à-dire y a-t-il des entités réelles à la base de l'imaginaire?

Troisième question: Dans quelles directions les mathématiques modernes demandent-elles une extension, surtout du point de vue formel, au sens de la science de l'esprit?

Oui, je voudrais partir de la deuxième question. La réponse n'est pas si facile à donner. Pour la bonne raison que, si on tente de formuler une réponse, il faut fortement sortir du domaine de ce qui permet des images. On a déjà vu quand j'ai répondu à une question de monsieur Müller[43] qu'il m'a fallu prendre l'image de la transformation d'un os du crâne en os long pour obtenir une image de corrélation concernant un cas mathématique. C'est pourtant encore quelque chose qui peut servir d'image[44]. On peut encore avoir quelque chose en images devant soi, même s'il s'agit de l'image du passage d'un objet en un autre.

---

* Probablement: « surfaces gauches ».
** Il s'agit des nombres complexes.

Si l'on veut considérer les complexes comme des réalités spirituelles, voici ce que l'on obtient[45]. Si l'on veut obtenir des représentations conformes à la réalité concernant certaines relations entre ce que l'on appelle pondérable et impondérable, on a besoin, comme je viens de le montrer dans ces considérations de physique[46], de passer du positif au négatif. Déjà dans des domaines très ordinaires, pour essayer de donner un sens compréhensible, il y a des nécessités qui montrent qu'il faut dépasser les dessins symboliques habituels.

Je veux seulement donner quelques indications. On peut par exemple, en dessinant le spectre ordinaire devenu rectiligne, tracer une droite du rouge à travers le vert jusqu'au violet[47]. Mais on n'aura pas tout ce qui entre en ligne de compte dans la symbolisation si on le dessine ainsi, car pour que tout s'y trouve il faudra symboliser le rouge, en traçant une courbe se trouvant dans ce plan (... dessin), et pour atteindre le violet, pénétrer dans le tableau et le traverser de telle manière que, vu du haut, le rouge serait vu en quelque sorte devant le violet. Il faudrait que je sorte et revienne avec le violet. J'obtiendrais ainsi une caractéristique pour le fait que le violet pénètre dans le domaine chimique {l'ultraviolet}, et le rouge sort du domaine de la chaleur {l'infrarouge}[48]. Je suis donc obligé d'élargir la droite ici, si bien que le dessin que je fais d'ordinaire est déjà une projection de ce que je devrais au fond dessiner.

Si l'on veut voir clair concernant certains faits qui se donnent tout simplement dans la réalité supérieure, on est obligé de ne pas seulement aller du matériel-positif vers le matériel-négatif, mais on est aussi peu satisfait en le faisant que l'on peut être satisfait ici en allant du rouge vers le violet en passant par le vert. Considérez maintenant le cercle dessiné par-dessus. Du fait que, en partant du point qui se

trouve maintenant ici, vous devez aller par là, puis par là, vous ne revenez plus vers le même point, mais vous devez progresser par un mouvement en spirale*. De même, vous êtes obligés, lorsque vous passez du spatial vers le non spatial, en utilisant les symboles du positif vers le négatif, de progresser encore vers ce qui serait une catégorie supérieure {celle}qui se trouve au-dessus du spatial et du non-spatial.

Quand on a deux sortes de choses, il peut aussi exister un ensemble les réunissant. On peut de même se représenter l'existence de quelque chose qui est à la fois spatial et non-spatial. Pour cela, il faut chercher un troisième élément. Et quand on pénètre effectivement dans le monde des réalités supérieures, il faut désigner ce qui est physiquement réel à l'aide du signe positif, et ce qui est éthérique, le véritable éthérique, qui nous fait sortir du spatial et pénétrer déjà dans le spirituel, il faut le désigner à l'aide du signe négatif[49]. Mais si l'on veut entrer dans le domaine de l'astralité, on n'y arrive pas avec les notions de positif et de négatif; il faut aller vers une troisième notion, qui se comporte comme se comporte en mathématique le complexe vis-à-vis du positif et du négatif. Et pour s'élever de l'astralité vers la véritable entité du moi, il faudrait encore faire appel à une notion qui serait hypercomplexe par rapport à la notion de complexe. C'est pourquoi l'hostilité envers l'hypercomplexe m'a toujours été si antipathique. On a en effet vraiment besoin de cette notion pour s'élever jusqu'au domaine du Je[50]. Il n'est pas possible de s'en passer – il importe seulement, si on reste dans le pur formalisme mathématique, de l'appliquer de la manière correcte – si on procède correctement dans la formulation, de manière à ne pas sortir de la réalité.

* Ou « en hélice ».

J'ai parlé aujourd'hui avec quelqu'un que j'ai rencontré, d'un problème dans le domaine de l'arithmétique qui montre bien comment on peut traiter mathématiquement quelque chose qui n'a que peu de rapports avec la réalité : il s'agit du calcul des probabilités. Dans le cadre d'un contrat d'assurances, je peux calculer la probabilité du décès de quelqu'un, mais cela n'est valable que pour le grand nombre. Il est impossible d'en déduire que cette personne mourra exactement l'année en question. La réalité échappe à mes calculs.

Il arrive fréquemment que des calculs, bien que formellement exacts, ne correspondent pas à la réalité. Et il se pourrait que l'on doive parfois rectifier le formel des mathématiques en fonction des résultats de la réalité « hyperempirique ». Il serait par exemple nécessaire de vérifier si, lorsque $a\ b = 0$, il est obligatoire que l'un des deux facteurs soit nul. Se pourrait-il que l'on obtienne zéro sans que l'un des facteurs soit nul ? Ce pourrait être le cas si la réalité nous oblige à utiliser les nombres hypercomplexes* pour avoir un lien avec une réalité hyperempirique[51].

Il faut effectivement s'efforcer de clarifier ce que sont, en mathématique, la relation du réel à l'imaginaire, et celle de l'hypercomplexe à l'imaginaire et au réel, et il est possible que l'on soit même obligé, ensuite, de modifier jusqu'aux règles de calcul[52].

En ce qui concerne le premier point, nous pouvons seulement distinguer chez l'homme ce qui est en dessous d'un certain niveau, et ce qui est au-dessus. J'explique ceci à tous ceux dont je pense qu'ils peuvent avoir un peu d'ouverture à ce genre de choses, lorsqu'ils se trouvent à

* Les quaternions simples de Hamilton n'ont pas cette propriété surprenante, mais les nombres que le même Hamilton appelait « hypercomplexes » l'ont. Les biquaternions également. Le mot « hypercomplexe » est actuellement utilisé dans un sens différent.

Dornach devant le groupe sculpté*. Le Christ, comme représentant de l'humanité, est au milieu, avec Ahriman et Lucifer de chaque côté. L'homme, tel que nous l'avons en face de nous, ne peut au fond être représenté que si nous nous disons que tout en lui est en état d'équilibre. D'un côté il y a le suprasensible, de l'autre l'infrasensible, et l'être humain ne représente jamais que l'équilibre entre le suprasensible et l'infrasensible.

Or l'homme, en tant que microcosme, est naturellement lié au macrocosme. Vous pouvez en déduire que l'on doit pouvoir exprimer la relation de l'être humain, donc de chaque parcelle de l'être humain, avec quelque chose qui lui correspond dans le macrocosme. Je puis soulever la question : ceci étant la surface d'équilibre (… dessin), si je me représente l'infrasensible comme une courbe qui converge et le suprasensible ici – ce que l'homme a dans sa conscience – comme une courbe qui diverge, j'obtiens quelque chose qui se structure en un nœud en bas, et qui s'ouvre vers le haut. Cela représente en même temps la façon dont l'homme se place dans le macrocosme. Par cette partie inférieure, en forme de bulbe, l'homme se dégage du macrocosme. Par cette surface courbe qui s'ouvre de plus en plus, il s'insère dans la structure du macrocosme. À peu près ici se trouverait le point de ses volitions libres, de ses décisions volontaires libres. Au-dessus du niveau de ses décisions volontaires libres se trouve tout ce grâce à quoi l'homme laisse se déployer ses forces dans le macrocosme ; en dessous, ce qui lui permet de condenser les forces du macrocosme sans quoi il ne pourrait pas avoir une forme bien déterminée.

Si maintenant on voulait tenter d'aller chercher certaines données dans le domaine de ces formes de surfaces

* Il s'agit d'une grande sculpture en bois.

– cela créerait alors cette courbe – je désignerais par *x* une série de données représentant par exemple ce que l'on peut appréhender sous forme de pensées cosmiques – de même ici *y* pour les forces cosmique et là *z* pour les mouvements cosmiques – et je devrais encore établir la fonction qui me donnerait ce qui, en bas dans l'homme, correspond à tout cela. Nous avons besoin pour cela d'une fonction en *x*, *y* et *z*.

Mais à l'instant où je veux trouver des nombres pour cette relation il est impossible de les trouver dans le domaine des systèmes de nombres que je puis encore avoir dans le plan. Dans ce cas, si je veux trouver des relations entre l'homme suprasensible et l'homme infrasensible, il me faut passer à des fonctions qui contiennent en elles des systèmes se trouvant sur des surfaces [courbées], et en fait il s'agit de surfaces que l'on pourrait même définir de façon tout à fait précise, des surfaces devant se trouver sur des paraboloïdes de rotation. Donc des surfaces engendrées par des cônes en rotation de telle sorte qu'en même temps chaque point en rotation modifie continuellement sa vitesse[53]. Ce sont des paraboloïdes de rotation rendus encore plus compliqués par le fait que les points ne peuvent conserver leurs positions relatives fixes, mais qu'ils changent selon certaines lois. Les surfaces dont j'ai besoin sont donc des paraboloïdes de rotations vivants.

Il y a là une relation d'une énorme difficulté, que peu de personnes ont réussi à se représenter jusqu'à maintenant, et qui apparaît comme une nécessité, mais qui ne pourra donner lieu à des calculs formels qu'à partir du moment où la collaboration entre la science de l'occulte, la science de l'esprit, et les mathématiques sera devenue possible. Je trouve que le chemin que vous nous avez présenté aujourd'hui constitue effectivement un début. Et je crois que cela pourrait déboucher sur une réponse à cette recherche de correspondances pour ce qui donne les fonctions relatives aux

systèmes de nombres se trouvant sur de tels paraboloïdes de rotation qui se rencontrent en leur sommet, l'un se contractant vers le bas, l'autre s'évasant vers le haut. Il s'agira simplement de trouver les nombres qui se trouvent sur de tels paraboloïdes de rotation comme je les ai décrits. Ceci correspond aussi tout à fait à une réalité.

En ce qui concerne le développement des mathématiques formelles, je dois avouer qu'à mon avis il reste évidemment encore beaucoup à faire, mais qu'on peut aussi faire beaucoup. Peut-être ai-je tort, peut-être qu'à l'époque où j'ai moins bien suivi les progrès des mathématiques formelles on a déjà beaucoup progressé, mais il me semble qu'au cours du XIXe siècle, dans le cadre des mathématiques formelles, on s'est bien peu préoccupé de savoir si les règles de calcul sont encore valables d'une façon ou d'une autre, et si elles ne devraient pas être modifiées quelque part sur tel ou tel point en rapport avec une possible réalité. A-t-on le droit de poursuivre indéfiniment les calculs formels ? Que se passe-t-il quand, par exemple, on multiplie une variété à une dimension avec une autre à deux dimensions ? * On peut toujours répondre à de telles questions, mais il faut quand même se demander si une telle opération correspond non seulement à une quelconque réalité, mais également à quelque chose que l'on peut se représenter ? Et je crois que, au moins pour pouvoir progresser sur cette voie, il faudra peut-être préciser la notion de n'être « que calculable ».

Il y a longtemps, je me suis occupé de savoir s'il est possible de démontrer aussi le théorème de Pythagore sans passer par le visuel, donc uniquement par les nombres, d'une manière purement arithmétique[54]. Il s'agira vraiment de voir si on peut saisir ce qui est arithmétique de

* On fait aujourd'hui des opérations entre êtres mathématiques d'ordre différents.

façon suffisamment rigoureuse pour pouvoir ne pas retomber, involontairement, dans le géométrique.

Quand on calcule avec des nombres – tant qu'on reste dans le domaine des nombres habituels – ce sont simplement des nombres, et il n'est pas nécessaire de parler de systèmes de nombres concernant un domaine particulier. Mais si on passe aux imaginaires (les nombres complexes) et aux hyperimaginaires (les nombres hypercomplexes), il faut parler de domaines supérieurs [d'application]. Vous avez vu qu'on peut le faire, mais uniquement en sortant de l'espace ordinaire. C'est pour cela qu'il me semble nécessaire que les mathématiques purement formelles, avant de présenter des nombres que l'on ne peut que symboliser – c'est d'abord une symbolisation du fait que l'on reporte d'autres points les représentants dans d'autres domaines – s'occupent de savoir si de tels nombres supérieurs peuvent encore être représentés sans l'aide de la géométrie[55]. Donc également dans le sens où je représente par exemple, des nombres positifs et des nombres négatifs sur un axe.

Il faudrait répondre à la question : comment peut-on représenter de manière purement élémentaire le rapport du positif au négatif ? Il me semble – mais je ne puis rien dire de définitif, je n'en sais rien, je ne m'en suis pas occupé – que la solution de Gauss, qui admet simplement qu'il y a des différences entre positif et négatif[56], est peu satisfaisante. C'est aussi le cas de la manière dont le négatif est interprété par Dühring qui n'y voit rien d'autre qu'une soustraction où le nombre dont on soustrait manque[57]. Il en est de même pour Dühring en ce qui concerne le nombre imaginaire $\sqrt{-1}$. Il s'agit simplement de la tentative d'exécuter une opération de calcul à laquelle on ne peut que faire allusion, mais qu'on ne peut pas exécuter réellement[58]. Tout comme, quand j'ai 3 et rien dont je puisse soustraire, il me reste ces 3. Ce n'est qu'une opération

de calcul « allusoire ». Or, dans l'optique de Dühring, le quotient différentiel n'est lui aussi qu'un calcul « allusoire », qui ne correspond à rien d'autre[59]. Il me semble qu'il s'agit, chez Dühring, d'une vision unilatérale, et la solution se trouvera probablement entre les deux. Mais la solution de ces problèmes ne pourra surgir que lorsque les mathématiques auront fait un bon bout de chemin.

Stuttgart, 11 mars 1920

Première question: Cette façon de s'y prendre est-elle conforme à la réalité ? Dans ce domaine, nous considérons les objets mathématiques comme des états intermédiaires entre image et original. Or ce que nous avons fait dans le domaine simple de la géométrie devrait pouvoir se faire dans tous les domaines des mathématiques. Cela pourrait-il fournir une base de départ pour la manière de calculer sur laquelle doit se baser la physique telle qu'elle nous est donnée dans cette conférence ?

Deuxième question: Cela peut-il être aussi une voie pour atteindre ces domaines hyperempiriques dont il a été question, qui sont accessibles à une pensée contrôlée et identifiée ?

Si j'ai bien compris, la question est : peut-on arriver aux domaines mathématiques en les considérant comme des stades intermédiaires entre l'original et l'image[60].
Commençons par considérer les domaines mathématiques de façon purement empirique au plan spirituel. Que sont-ils, si nous voulons d'abord penser à des domaines géométrico-spatiaux ? Ou bien pensez-vous aussi à l'arithmétique ?

Alexander Strakosch: à des domaines géométriques.

Ces jours-ci, j'ai déjà fait allusion à la manière dont on parvient en réalité dans les domaines géométriques ordinaires[61]. Nous n'arrivons pas à sortir des représentations

empiriques par abstraction, mais les objets mathématico-géométriques sont, déjà, une forme d'intuition. Ils sont au fond puisés dans la nature volontaire de l'être humain. Et comme ils en sont issus, on peut dire que l'homme a dans ses expériences, en saisissant les objets mathématiques, toujours des potentialités d'action, des potentialités de réalité dans le domaine mathématique. Ces objets sont déjà, empiriquement, une espèce d'état intermédiaire entre la réalité extérieure que nous ne pouvons avoir que sous forme d'image, et les « contenus essentiels » que nous vivons à l'intérieur de nous-mêmes. En regardant de façon empirique les phénomènes spirituels, on s'aperçoit donc aussi que ce qui est géométrique nous amène en quelque sorte dans un stade intermédiaire entre l'original et l'image.

Mais je voudrais rendre attentif aux conséquences. Si on suit cet enchaînement de pensées, en effet, il faut encore y ajouter bien des choses pour en arriver à la vérification. Si les domaines géométrico-mathématiques sont des états intermédiaires entre l'original et l'image, il est nécessaire qu'ils aient une certaine propriété que les images n'ont pas. Une propriété qui en réalité devient plutôt idéelle; néanmoins elle devient seulement idéelle dans dans la sphère des images.

Si nous avons une pure image, il se peut qu'elle soit obtenue par combinaison, et ne corresponde pas nécessairement à son original. Si nous plaçons ici une simple image il n'est pas nécessaire qu'elle corresponde à son original. Mais quand nous avons cet état intermédiaire, qui aurait déjà pris en soi de la réalité, il est nécessaire que nous puissions lui chercher un certain champ de réalité, une certaine zone de réalité, et que nous ne puissions pas combiner ces domaines de façon arbitraire. Car nous ne pourrons jamais combiner les originaux de manière

vivante, mais il nous faut aller les rechercher dans leur propre sphère : ils doivent être obtenus par des expériences [*Erfahrungen*] bien précises. Si nous voulons saisir de façon correcte ce domaine intermédiaire qui a été nommé ici le « domaine des lois observées des objets mathématiques », nous devons le saisir (même en ce qui concerne sa construction) comme un état intermédiaire entre les originaux absolument déterminés et les images où règne un arbitraire sans limite. En ce sens, nous devrions considérer toute la mathématique, surtout la géométrie, comme intérieurement vivante, et nous la représenter comme contenu, au moins de façon latente, dans l'ensemble de la réalité. Nous devrions par exemple ne pas nous représenter un triangle comme quelque chose de figé, mais y voir plutôt une relation conceptuelle. Qu'est-ce qu'un triangle ? Le triangle est un domaine délimité par des droites de telle manière que la somme des angles fait 180°. Alors les rapports des trois longueurs pourraient varier arbitrairement, et de cette définition nous obtiendrions une infinité de triangles, un triangle fluant. Et la conséquence de cette façon de voir serait que nous obtiendrions en quelque sorte une géométrie fluante[61]. Il serait alors nécessaire de montrer que cette géométrie fluante a également une certaine signification dans les règnes de la nature ; par exemple, que la loi de la cristallisation contient vraiment quelque chose qui correspond à cette géométrie fluante. Il y a donc, à la base, une représentation correspondant à la réalité, mais il faudrait encore ajouter bien des compléments pour le préciser, pour le montrer. En plus, il me faut attirer votre attention sur une chose qui intervient encore ici lorsqu'on s'y prend ainsi.

À l'époque actuelle, quand on veut s'élever dans les domaines plus élevés de la réalité, on a pris l'habitude de faire appel à des dimensions supérieures. Il n'en était pas

toujours ainsi dans le formalisme dont on se servait pour se représenter ce qui est occulte, pour se former des représentations de l'occulte. Autrefois on disait: nos objets physiques ordinaires, nous devons les représenter tridimensionnels. Je parle donc ici dans un autre sens que je l'ai fait tout à l'heure chez monsieur Blumel où je suis allé du corps physique vers le moi, car je voudrais tenir compte des «sphères» ou «plans» Si nous nous représentons le prochain plan [le plan astral], il faudrait le représenter sous la forme d'une surface bidimensionnelle, le plan rupique sous forme unidimensionnelle, et le plan arupique sous la forme du point [63].

Là on en arriverait donc à pouvoir se dire: quand j'accède à des représentations plus spirituelles, je ne dois pas agrandir la «variété» mais je dois, au contraire, la réduire. Et je respecte ce principe lorsque je descends du haut vers le bas. D'une certaine façon, on le fait quand on essaie par exemple ce qui suit. Nous savons très bien distinguer l'esprit, l'âme et le corps. Mais si nous nous demandons: qu'est-ce qui, dans l'homme vivant sur terre, est spirituel, il nous faut bien reconnaître que ce spirituel existe là sous une forme extrêmement «filtrée» [amoindrie]. Ce que l'homme doit au spirituel, c'est sa pensée abstraite. Elle est spirituelle et incline à percevoir uniquement ce qui est sensible, mais le moyen de cette perception est tout de même spirituel. Et quand nous suivons cet élément spirituel du penser dans [sa descente dans] le corporel, nous voyons qu'il laisse une trace dans le corps physique humain, alors que [la plus grande partie] du spirituel n'a pas encore d'expression dans ce corps physique. Nous pouvons donc dire, en gros, qu'un tiers du monde spirituel auquel l'homme participe a son expression dans son corps physique.

Quand on passe à la vie psychique, à l'élément de l'âme, il faut dire que deux tiers du monde spirituel auquel

l'homme participe a son expression dans le corps humain, deux tiers sont parvenus à s'exprimer dans le corps physique. Et quand on en arrive au corps physique il faut dire que les trois tiers sont parvenus à s'exprimer. Il me faut donc, en descendant du haut vers le bas, effectivement me représenter chez l'homme l'évolution de l'original vers l'image de telle sorte que, en descendant, il a facilement tendance à perdre quelque chose de son entité. Nous avons là précisément ce qui caractérise le corporel. Quand nous nous élevons, nous découvrons du nouveau: ce qui n'est pas devenu image. Quand nous descendons, nous rencontrons quelque chose qui n'est pas seulement image, mais où intervient de la réalité. De même que, la nuit, pendant tout le temps où notre corps astral et notre moi sont sortis de nos corps physique et éthérique, ces derniers ne restent pas vides, mais sont pénétrés de forces plus élevées qui les vivifient, de même il y a quelque chose dans l'image qui ne vient pas de l'original mais pénètre seulement dans cette image lorsque celle-ci se forme, dans la mesure toutefois où elle appartient à l'entité [la réalité?].

On peut alors se demander comment l'image réelle se forme à partir de ce qui n'est qu'une image combinée par la fantaisie. C'est là que cet « autre chose » s'introduit.

Je voudrais encore faire la remarque suivante: Si on considère d'abord deux dimensions, alors cet enchaînement de pensées mène directement à se tourner vers autre chose qui peut éclairer [la première pensée]. Si on considère deux dimensions, on peut en effet y dessiner tout ce qui correspond à des structures bidimensionnelles, mais pas ce qui est dans l'espace [à trois dimensions]. Vous admettrez pourtant avec moi qu'au moment où, au lieu de dessiner en perspective, ou quelque chose de ce genre, je commence à mettre [une image] en couleur, j'imite des couleurs, je donne donc des images de couleurs, j'introduis

ainsi, d'après l'image, l'espace directement dans le plan. Je peux alors me demander si ce que la couleur exprime dans l'image se trouve dans une des trois dimensions de l'espace. Est-il possible d'exprimer, grâce aux couleurs, quelque chose qui remplace les trois dimensions, qui peut être présent à la place des trois dimensions ? Si notre regard embrasse ce que sont les couleurs, nous pouvons les ordonner et les faire intervenir d'une certaine manière. Dans le bidimensionnel nous parvenons alors à donner une image du tridimensionnel. Et n'importe qui peut voir et accepter que les couleurs bleues semblent reculer, et que les jaunes-rouges semblent avancer, si bien que, par le fait même de donner des couleurs, nous avons les trois dimensions. Nous pouvons faire apparaître l'extensif des dimensions grâce à l'intensif des couleurs, et nous en arrivons effectivement à « coincer », à comprimer la tri-dimensionnalité ; quand nous passons aux couleurs, nous les pressons pour les faire entrer dans deux dimensions.

De telles considérations peuvent être combinées avec les précédentes pour en arriver à cette géométrie fluante que nous évoquions. Ne pouvons-nous pas élargir la géométrie, afin que, comme on trouve par exemple la notion de triangles égaux, l'égalité entre le triangle *A* et le triangle *B*, on puisse trouver aussi une relation mathématique élargie entre le triangle que je colorie en rouge dans le plan et le triangle que je colorie en bleu dans le plan. Demandons-nous s'il est permis, simplement, de dessiner à côté des lignes droites qui doivent représenter un triangle rouge, les lignes droites qui doivent représenter un triangle bleu. Ne faut-il pas explicitement dire : si l'on me permet de dessiner ces lignes droites pour représenter un triangle rouge il me faut, si je veux dessiner la même superficie, le dessiner petit ; simplement parce qu'elle

représente du rouge, il faut le dessiner petit. Et celui-ci, tout simplement parce qu'il sera bleu, doit être dessiné grand.

La question se pose maintenant : Ne peut-on pas de cette manière introduire un facteur d'intensité dans notre géométrie, de telle manière que l'on puisse calculer avec des intensités ? Et on trouverait alors toute l'importance de l'interaction de notre œil gauche avec notre œil droit. Nous voyons en stéréoscopie du fait de l'interaction des deux yeux. Mais ce n'est dans le domaine de l'optique rien d'autre que ce qui se passe quand avec ma main gauche je saisis ma main droite. Si j'étais un être incapable de saisir une partie de son organisme avec une autre, je ne pourrais pas avoir de représentation physique du Je. Je ne puis avoir une représentation physique de mon Je que par le fait qu'une partie de mon être peut en toucher une autre. Et je ne puis me sentir un Je dans l'espace que par le fait que, sous mon expérience empirique ordinaire, ma vision droite croise ma vision gauche. C'est dans cela que réside la possibilité de faire entrer ce qui est juste dans la représentation du Je – pas dans la réalité du Je, mais dans la représentation du Je.

Et demandez-vous maintenant quelle serait la conséquence pour ce fait d'introduire ainsi le Je [dans la représentation physique], si vous n'aviez pas vos yeux symétriquement égaux, au moins approximativement, mais un peu différents, ou même très différents, car ils sont en fait légèrement différents. Si par exemple votre œil gauche était beaucoup plus petit que votre œil droit, les images stéréoscopiques gauche et droite seraient très différentes. L'image que vous produiriez dans votre œil gauche serait plus petite, et vous vous efforceriez constamment de l'agrandir ; celle de votre œil droit serait plus grande et vous chercheriez, inversement, à la réduire. Vous ajouteriez ainsi au « voir » statique, stéréoscopique, un « voir » vivant.

Mais ce « voir » vivant, il faudrait le pratiquer au moment où vous voudriez tant soit peu vous élever dans la vision de ce qui est imaginatif. Cette façon de voir apparaît du fait que l'on joint, que l'on regroupe en quelque sorte continuellement les asymétries. C'est pour cela qu'il était nécessaire, à Dornach [dans le groupe sculpté en bois], de présenter la figure centrale, le représentant de l'Homme, avec une forte asymétrie, pour montrer qu'il s'élève vers le spirituel. De telle manière que, pour vous donner une représentation dans l'exemple de la vue stéréoscopique statique tout ce qui est dans l'homme est au fond un état d'équilibre tendant continuellement à dévier d'un côté, ou de l'autre, dans une polarité. Et ce que nous sommes en tant qu'hommes, nous le sommes au fond par le fait qu'à chaque instant nous devons rétablir l'état d'équilibre entre le haut et le bas, entre l'avant et l'arrière, entre la gauche et la droite.

Dornach, 30 mars 1920

Question: Comment peut-on penser à compléter la chimie au sens de l'anthroposophie?

Si l'on prend la phénoménologie à laquelle pense monsieur Kolisko, on est obligé de dire que cette question est tellement vaste que l'on ne peut y répondre que de manière indicative. Il est avant tout nécessaire de se rendre compte qu'il faut en arriver à une phénoménologie adéquate. On n'obtient pas une phénoménologie en collectant arbitrairement de simples phénomènes, pas plus qu'en faisant des séries d'expériences scientifiques. Une vraie phénoménologie est une systématisation comme celle que Goethe a tenté de réaliser dans son *Traité des couleurs*[64]. On y ramène le plus compliqué vers le plus simple, jusqu'à ces fondements où les éléments de base, les phénomènes de base apparaissent.

Je sais évidemment que des gens «tout à fait intelligents» objecteront: oui, mais si on a une telle présentation en ce qui concerne la relation des phénomènes qualitatifs avec les phénomènes primordiaux, une telle structure n'est pas à comparer avec la manière dont on ramène par exemple des relations géométriques compliquées aux axiomes; car en géométrie les suites de relations sont élaborées à partir de constructions purement intérieures. L'élaboration, le développement ultérieur des mathématiques à partir de ces axiomes est de nouveau vécu comme une nécessité fondée en elle-même, alors que dans l'élaboration des phénomènes et des phénomènes primordiaux, on est obligé de tenir compte de fait extérieurs.

Mais il n'en est pas ainsi, [même] si c'est ce que l'on dit à peu près partout. Cette affirmation très répandue n'est que le résultat d'une épistémologie erronée, qui mélange de façon confuse le concept d'expérience avec d'autres concepts. Et par ce confus mélange tourbillonnant d'expériences on obtient par exemple ce qui suit.

On ne fait pas attention au fait que la manière dont l'expérience se présente est tout à fait liée au sujet humain. Je ne puis former le concept d'expérience sans tenir compte des rapports entre l'objet et le sujet.

Et maintenant la question est la suivante: y a-t-il une différence de principe entre la manière dont je procède lorsque j'ai devant moi un phénomène primordial – au sens goethéen – et que je complique ce phénomène pour obtenir le phénomène dérivé, auquel cas il semble que je sois obligé de soumettre mon jugement à la confirmation des faits extérieurs, y a-t-il une différence, dans la relation qui s'instaure alors le sujet et l'objet, avec ce qui se passe quand je constate en mathématique que la somme des angles d'un triangle vaut 180° ou quand j'énonce le théorème de Pythagore? Y a-t-il une différence du point de vue du concept d'expérience? Y a-t-il effectivement une différence?

Au XIXe siècle, et encore jusqu'à nos jours, des mathématiciens qui ne manquent tout de même pas d'esprit ont reconnu qu'il n'y a aucune différence. Parce qu'ils ont vu que les mathématiques, elles aussi, ne reposent finalement que sur une expérience – au sens où l'on parle d'expérience dans les sciences dites empiriques –, ils ont construit, seulement construit il est vrai, une géométrie non-euclidienne à côté de la géométrie euclidienne[65]. Théoriquement il est tout à fait possible d'envisager un espace dans lequel la somme des angles d'un triangle est de 380°. [Il est vrai qu'il faut alors] admettre que l'espace a une autre mesure de courbure[66]. Dans notre espace ordinaire, nous avons

une mesure régulière qui a une courbure nulle. En considérant tout simplement une courbure plus forte, on trouve des énoncés comme : la somme des angles d'un triangle est supérieure à 180°.

Il y a eu des essais intéressants dans cette direction, par exemple ceux d'Oskar Simony[67], qui a beaucoup approfondi ces questions.

Les jugements que nous exprimons en théorèmes mathématiques ou géométriques nécessitent autant une vérification empirique que ceux que nous exprimons en phénoménologie. De différents côtés, comme les tentatives dont nous avons parlé le montrent, on a reconnu qu'il était nécessaire de l'admettre.

Dornach, 31 mars 1920

Question: Les mathématiques ordinaires s'occupent du solide, du liquide et du gazeux en forme, surface, et direction de forces. Comment imaginez-vous des mathématiques pour les domaines de la chaleur, du chimisme et de la vie ?

Il s'agit d'abord du fait que le domaine mathématique en tant que tel doit être étendu de manière appropriée si l'on veut saisir des domaines supérieurs, tout du moins les saisir de manière analogue à ce que font les mathématiques.

Considérons qu'au XIXe siècle un besoin est apparu d'étendre les mathématiques elles-mêmes. Je voudrais seulement rappeler ce que j'ai déjà signalé à d'autres occasions – même encore hier[68] – à savoir que le besoin apparut, à l'époque, de rajouter une géométrie non-euclidienne à la géométrie euclidienne ; on cherche à exécuter des calculs concernant des « variétés » plus élevées que celles pour lesquelles on les exécute d'habitude[69]. Ceci nous donne déjà une indication concernant des extensions des mathématiques. Mais nous pouvons dire que si l'on considère la matière pondérable ordinaire, on n'y trouve pas d'applications adéquates de « variétés » de dimensions autres que les tridimensionnelles habituelles [euclidiennes].

Aujourd'hui, on a si peu tendance à entrer dans une façon de voir qui serait adaptée aux domaines de la chaleur, du chimisme et du vivant, que l'extension des mathématiques dans ces domaines est encore quelque chose de tout à fait problématique[70].

Il n'est par exemple nulle part question d'opposer une alternative à l'ignorance de la nature de la masse que propagent encore aujourd'hui les physiciens. [Un physicien n'est que logique avec lui-même quand il préconise] de ne pas s'occuper de la nature de la lumière telle qu'elle se présente chez Goethe. Le physicien, s'il est raisonnable, refusera d'entrer dans l'essence des choses : [il se contentera de] leur image. Alors c'est le désastre : le physicien refuse peut-être, par principe, de s'occuper de l'essence* des choses, mais celui qui veut concocter une philosophie à partir du point de vue physique habituel ne se contente pas de ce refus, il affirme que l'on ne peut pas du tout pénétrer dans la nature des choses !

C'est ainsi que nous avons [aujourd'hui un point de vue réductionniste] de la Terre, car en physique nous ne pouvons jamais avoir affaire simplement à la géologie, mais avec les résultats de ce domaine pour l'ensemble des connaissances. Nous avons donc déjà affaire à certaines conséquences nuisibles de ce qui n'est pas de nature mathématique, mais vient de la vision mécaniste que la physique a développée au cours des temps.

Ce que Goethe veut dire quand il dit qu'il ne faut pas, en fait, parler de la nature de la lumière, mais qu'il faut essayer de connaître les faits, les actes et les souffrances de la lumière – car ceux-ci donnent une description complète de la nature de la lumière –, ce n'est pas la même chose que de refuser par principe la question de la nature de la lumière. C'est au contraire une indication du fait qu'une phénoménologie correcte, une vraie phénoménologie – organisée dans le sens indiqué hier ici[71] –, nous donne finalement une image de cette essence, de cette nature des choses, dont nous parlons[72]. [La physique] – dans la

* « Wesen » a le sens d'« essence », d'« être », ou de « nature ».

mesure où elle est une vraie phénoménologie – donne effectivement une image de l'essence des choses, plus précisément de l'essence de ce qui est manifeste.

Et c'est ainsi qu'on en arrive à se dire: s'il ne s'agit pas des manifestations mécaniques ou de ce qui dans les manifestations physiques n'est que mécanique, s'il s'agit d'autres domaines que de la mécanique, le point de vue mécaniste concernant ces autres domaines devient gênant quand il s'agit de pénétrer jusqu'à la vraie nature des choses sous une forme que l'homme puisse connaître et comprendre. Et il est surtout nécessaire d'insister sur la différence radicale entre une phénoménologie comme celle à laquelle pense Goethe – celle qui peut être cultivée dans le goethéanisme – et celle qui refuse par principe de s'occuper de la nature des choses.

Cela n'a rien à voir, encore une fois, avec l'avantage que la méthode mécaniste nous procure lorsqu'il s'agit de satisfaire notre désir de dominer la nature[73]. Car il est évident, chers auditeurs, que dans le domaine où les grands triomphes des derniers siècles ont eu lieu – dans le domaine de la mécanique et de la technique –, la partie mécanique de la connaissance de la nature pouvait donner la base pour satisfaire, dans une certaine mesure, la volonté qu'ont les hommes de dominer la nature.

Mais demandons-nous dans quelle mesure la volonté de dominer [ou la volonté de connaître] la nature est restée en arrière dans d'autres domaines. C'est justement parce que là on a refusé d'en arriver à une connaissance comparable à celle que l'on a cherchée dans le domaine technico-mécanique [que le progrès de la connaissance dans ces autres domaines est resté en arrière].

La différence entre le domaine de la mécanique et celui qui commence avec la physique, puis à travers la chimie monte jusqu'au domaine de l'organique et ainsi de suite,

cette différence ne tient pas au fait que l'on a affaire dans ces domaines plus élevés à des propriétés telles que celles qui sont de nature qualitative, mais au fait que tout ce qui concerne la mécanique, tout ce qui concerne la physiologie mécanique est simple ; on peut l'examiner de façon simple parce que c'est ce qu'il y a de plus élémentaire. C'est pourquoi nous avons atteint, dans ce domaine, un certain degré de satisfaction de notre volonté de domination.

Mais alors [se pose] la question : comment pouvons-nous satisfaire cette volonté de puissance quand nous nous élevons dans les domaines plus élevés où, sur le plan mécanique, les choses ne se jouent plus ainsi. Là il faut s'attendre à ce que des temps viennent où l'on dépassera un peu le domaine strictement mécaniste dans la maîtrise de la nature.

Dans le domaine de la mécanique, il est très facile de [faire l'expérience] des conséquences que provoque un manque de maîtrise, notamment dans le domaine de la connaissance. La nature, la réalité se venge en quelque sorte. Si quelqu'un construit un pont sans connaître les lois mécaniques qui concernent les chemins de fer, ce pont s'écroulera et le train déraillera à la première occasion.

La mauvaise maîtrise de la nature due à une mauvaise connaissance provoque une réaction immédiate. Cette preuve n'est pas toujours aussi facile à fournir, par contre, quand la maîtrise doit s'appliquer à des domaines plus compliqués, des domaines qui doivent être pris hors du quantitatif, hors du domaine de la mécanique, et où il s'agit de cultiver une phénoménologie. On peut dire avec une certaine certitude que si un pont s'écroule lors du passage du troisième train, c'est qu'il a été construit avec un manque de volonté de connaissance. Mais si le patient d'un médecin meurt, on ne peut pas aussi facilement se décider à constater l'existence d'un lien avec le manque de

volonté de connaissance, de maîtrise de la nature. On reprochera plutôt à un ingénieur d'avoir construit un mauvais pont qu'à un médecin d'avoir tué son malade par son traitement!

Bref, il vaudrait mieux être un peu plus modéré quand on souligne [l'importance] de cette volonté de maîtriser la nature, pour la bonne raison que l'on n'est parvenu à satisfaire cette volonté, à partir de la vision mécaniste du monde, que dans le domaine de la technique et de la mécanique!

Les autres points de vue d'interprétation de la nature pourront satisfaire autrement cette volonté. Je veux seulement signaler – je crois l'avoir déjà fait hier d'un autre point de vue – qu'il ne sera jamais possible de jeter un pont entre le point de vue mécaniste et l'homme, mais que ce pont se présente immédiatement, par contre, dès que l'on utilise une phénoménologie correcte[74].

Dans le *Traité des couleurs* de Goethe, vous n'avez pas seulement la présentation des phénomènes physiologiques [et] la présentation physique, mais vous avez la globalité de ce domaine qui a été mené jusqu'à l'effet physico-moral des couleurs, où ce qui apparaît, le domaine entier, est immédiatement ramené à l'homme[75].

Et à partir de ce domaine, auquel Goethe rend encore attentif – l'effet physico-moral des couleurs –, on accède, pour peu que l'on poursuive le travail par la méthode de la science de l'esprit, à l'intégralité de la connaissance de l'homme et donc, du même coup, à l'intégralité de la connaissance de la nature.

Et il serait peut-être bon, dès aujourd'hui, de rendre toujours et encore attentif au fait qu'une grande partie de ce que l'humanité vit aujourd'hui en tant que phénomènes de décadences à l'intérieur de la civilisation européenne, vient de ce que nous ne sommes parvenus à

satisfaire la volonté de domination que d'un seul côté, celui de la mécanique. Là, nous sommes effectivement allés très loin. Nous n'avons pas seulement réussi à construire des chemins de fer, à installer le téléphone et le télégraphe, jusqu'à la télégraphie [sans fil], mais nous avons même poussé cette pulsion [mécaniste] de domination jusqu'à bétonner et détruire de grandes parties de l'Europe. En satisfaisant radicalement notre volonté de domination, nous avons été amenés à détruire la nature.

La situation est maintenant la suivante: cette satisfaction de la volonté de domination [allant jusqu'à la destruction] – elle n'était au fond qu'une conséquence découlant en droite ligne de la volonté de domination purement mécaniste, une suite en droite ligne – fait partie de ce qui sera radicalement éradiqué quand on remplacera cette extension pathologique du point de vue mécaniste par-dessus tous les phénomènes physiques, qui efface ce qui est spécifique à la physique en déversant par-dessus tout des représentations mécanistes, quand on s'élèvera effectivement au-dessus de cette mécanisation des représentations, pour la remplacer par ce qui est spécifique à la physique et qui peut dans son domaine peut-être également donner une bonne physiologie.

Il faut rendre attentif au fait que cette façon de voir, qui ne peut évidemment pas être amenée de façon exhaustive jusqu'à toutes ses conséquences en une heure, conduira également à un élargissement du domaine des mathématiques elles-mêmes, à partir de la réalité qui lui correspond. Et il doit être clair pour nous que c'est à cause de cette confusion mécaniste qu'il a été possible que, durant les trente, quarante, cinquante dernières années, on ait pu développer toutes sortes de conceptions concernant l'existence d'un soi-disant éther.

Et le physicien Planck, dont j'ai parlé plus tôt dans un autre contexte, est celui qui a enfin réussi «de haute lutte» à trouver

la formulation: si on veut parler d'éther en physique, il faut lui dénier toute propriété matérielle[76]. On n'a pas le droit de l'imaginer matériel. La physique a donc été obligée de ne reconnaître aucune qualité matérielle à l'éther.

Où se trouvent donc les erreurs de la théorie des idées des concepts sur l'éther? Ces erreurs ne viennent pas, chers auditeurs, du fait que l'on aurait trop peu pratiqué les mathématiques, mais de cette tendance à étendre les mathématiques à ce qui est spécifiquement physique; en introduisant dans des formules où intervenaient aussi les effets de l'éther des paramètres que l'on utilise de cette manière pour la matière pondérable, on a mal pratiqué les mathématiques.

Au moment où l'on comprendra clairement que la possibilité d'introduire des valeurs ordinaires dans les formules mathématiques cesse quand on entre dans le domaine de l'éthérique, à ce moment naîtra l'impulsion de rechercher une authentique extension des mathématiques.

Voyez-vous, il n'y a qu'à signaler ce double aspect. Planck dit que si l'on veut vraiment parler d'éther en physique on n'a pas le droit de lui attribuer des propriétés matérielles. Dans la théorie de la relativité d'Einstein, ou dans la théorie de la relativité tout court, on a été obligé de carrément supprimer l'éther[77].

Or l'éther ne doit pas être supprimé – cela, je ne puis que l'indiquer –, mais nous sommes obligés, au moment où nous passons à l'éther, d'introduire des valeurs «négatives» * dans les formules mathématiques que nous appliquons à la physique. [Ces valeurs doivent être introduites de façon négative] tout simplement parce que, quand nous progressons de la matière positive vers la «nullité», de l'autre côté, nous devons penser l'éther muni de qualités

* Ce «négatif», ne se satisfait pas d'un simple changement abstrait de signe, comme le montre la suite.

opposées à celles de la matière [de la même façon que], dans la physique formelle, nous passons des valeurs positives aux valeurs négatives; car l'éther n'est pas un néant, un inexistant comme le pense Einstein, ni un pur *négativum* comme le pense Planck, mais nous devons lui attribuer des propriétés qui sont opposées aux propriétés de la matière comme les nombres négatifs sont opposés aux positifs[78]. Et c'est là que les pures extensions des mathématiques, le passage du demi-axe des nombres [$\mathbb{N}$ complété par les intervalles] dans l'axe complet comprenant les négatifs [$\mathbb{Z}$] prend une certaine signification, même pour le domaine de la réalité, avant même que l'on puisse avoir des idées claires concernant le caractère du négatif. On peut en effet se disputer sur ce qu'est vraiment une valeur négative.

Je sais très bien qu'au XIXe siècle il y eut une importante dispute entre ceux qui ont vu quelque chose de qualitatif dans le signe plus et le signe moins, alors que d'autres ne voyaient dans le signe moins qu'une soustraction où le nombre dont il faut soustraire est absent[79]. Mais cela est sans importance. Ce qui importe, c'est que l'on est [effectivement obligé], quand on passe du pondérable à l'action de l'éthérique, dans le domaine de la physique, de parcourir la même voie que lorsque, dans les mathématiques formelles, on passe du positif au négatif. Que l'on vérifie donc une fois ce qui se passe quand on se décide à traiter les valeurs ainsi.

Et puis, bien que, dans le cadre des mathématiques formelles, on ait pu [et que l'on puisse] élaborer toute une justification des nombres complexes, il s'avère que l'on est tout simplement obligé, dans la physique [aussi], d'introduire des nombres complexes pour les valeurs positives et négatives. Mais nous entrons ainsi en relation avec les grandeurs qui existent dans la nature.

Je sais bien que ceci n'est qu'une esquisse superficielle, résumée en quelques mots ; mais il faut cependant que j'attire votre attention sur ceci : lorsqu'on progresse, en s'élevant, de la matière pondérable jusqu'au domaine où se trouvent les forces de vie, on est obligé d'introduire dans les formules des valeurs négatives, pour opérer un retournement du quantitatif matériel précisément. Et dès qu'on dépasse le domaine de la vie, on est obligé de passer des valeurs négatives aux valeurs complexes. Mais là on n'a plus affaire à des valeurs formelles, mais à des valeurs qui ont la propriété de ne plus se référer au matériel [positif ou négatif], mais au substantiel – donc à ce qui se comporte intrinsèquement vis-à-vis de l'éthérique [le négativement matériel], comme aussi vis-à-vis du pondérable [le positivement matériel], comme l'axe des nombres imaginaires se comporte vis-à-vis de l'axe des nombres positifs et négatifs, l'axe des nombres réels. De telle manière que l'on peut effectivement combiner ce qu'on a en mathématique formelle avec certains domaines de la réalité.

Il serait vraiment regrettable que les essais qui visent à rapprocher les idées humaines de la réalité, afin que ces idées plongent dans la réalité, échouent à cause de cette idée triviale qu'une physique et une physiologie vraiment rationnelle [et pas seulement mécaniste] permettrait moins de satisfaire la volonté humaine de dominer la nature. Elle la satisferait plus que l'application pourtant si glorifiée du point de vue mécaniste à la technique mécaniste ! D'un certain côté, cette technique mécaniste a certes apporté à l'humanité des choses grandioses. Mais ceux qui déclarent toujours que la physique calculatoire – c'est-à-dire la physique qui calcule comme on a calculé jusqu'à présent – a [obtenu] les glorieux progrès [que nous savons] dans le domaine des sciences, de la technique, etc., ceux là devraient réfléchir et se demander si le fait de diriger

exclusivement son attention sur le domaine technique n'a pas, en contrepartie, pu faire souffrir d'autres domaines. Et il se pourrait bien que, pour sortir de cette misère et de cette décadence dans lesquelles nous a menés cette domination mécaniste et ce qui est à sa base, la connaissance mécaniste, il faille nous diriger vers une physiologie [et une physique] qui ne peuvent plus envisager ce refus de connaître l'essence, la nature des choses, refus qui caractérise le domaine mécanique, celui auquel la connaissance mécaniste a seul accès.

Or, voyez-vous, si le [domaine mécaniste] peut si facilement renoncer à l'« être », c'est parce que cet être est à portée de main, parce qu'il s'étend dans l'espace. Et il est un peu plus difficile dans le domaine de la physique d'aller aussi loin que dans le domaine de ce qui est mécanique.

C'est pourquoi on parle tant de ce « non-pénétrer dans l'être ». Il est facile pour un physicien de refuser une connaissance de l'être quand il veut seulement penser de manière mécaniste. Car il n'y a pas de la réalité derrière les formules telles qu'elles sont actuellement utilisées pour exprimer mathématiquement [ce qui est mécaniste]. Cette essence, cet être ne commence que là où l'on ne se contente plus d'appliquer les formules mais où l'on pénètre dans la nature mathématique [elle-même].

Tout ceci pour répondre à la question : comment peut-on se représenter l'extension des mathématiques à ce qui est impondérable ?

Dornach, 15 octobre 1920

Question concernant la troisième loi de Copernic

Chers auditeurs ! Il n'est pas possible de parler de la troisième loi de Copernic en quelques mots. Je voudrais seulement faire quelques remarques historiques à ce propos.

Si vous prenez le livre de base de Copernic sur les révolutions des corps célestes, par lequel l'enseignement de Ptolémée a pour la première fois été ébranlé, vous y trouvez effectivement trois lois[80]. De ces trois lois [la première parle du mouvement circulaire excentrique de la Terre autour du Soleil], et la deuxième de la rotation de la Terre autour de son axe. Quant à la troisième, elle parle du mouvement de la Terre autour du Soleil [qui est en liaison avec les saisons et la précession]. Lors de l'évolution de la science astronomique on n'a plus tenu compte de cette troisième loi dans son intégralité. Cette troisième loi a en fait été éliminée [par les successeurs] de Copernic. Il me faudrait faire de longs enchaînements de dessins, et cela durerait vraiment jusqu'à minuit, si nous voulions développer cela dans les détails. Je me contenterai d'évoquer ce qu'elle contient.

Copernic calcula – d'abord à partir des phénomènes qu'il avait à sa disposition – les modifications journalières [et celles produites par le mouvement circulaire de la Terre autour du Soleil] et négligea, ce faisant, les modifications annuelles [liées aux saisons, et les modifications séculaires] qu'il intégra justement dans sa troisième loi, et il dit alors : si l'on considère les modifications journalières de la position

de la Terre par rapport aux autres corps célestes, ainsi que celles qui dépendent du mouvement circulaire de la Terre autour du Soleil, on parvient à une certaine idée du mouvement de la Terre autour du Soleil. En face de cela il y a d'autres phénomènes [comme les saisons et la précession] qui, en réalité, annulent ces hypothèses concernant la rotation de la Terre autour du Soleil.

Pour introduire en quelque sorte des possibilités de calcul dans les processus qui se déroulent entre la Terre et les autres corps célestes, il est d'abord commode de négliger a priori les modifications qui ne peuvent être observées qu'au bout d'une année, [ou de plusieurs siècles], et qui rendent plus compliquées les modifications journalières [et celles dépendant du mouvement circulaire de la Terre autour du Soleil]. Si l'on calcule les modifications journalières d'après les hypothèses que Copernic fait dans ses [première et] deuxième lois, on obtient le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil. Si l'on y ajoute ce qu'il formule dans sa troisième loi, cela agit – il le signale d'ailleurs lui-même – de telle sorte que le facteur que l'on a toujours introduit [d'après la première loi] dans le mouvement journalier, et qui donne donc le mouvement annuel, devrait de nouveau être éliminé par un calcul rétrograde; si bien qu'en fin de compte il n'en découle [presque] plus aucun mouvement annuel[81]. Néanmoins, on a toujours négligé cette troisième loi, et on a tranquillement supposé que la Terre tourne autour de son axe en 24 heures, progresse en le faisant, et se meut ainsi durant l'année autour du Soleil. C'était commode tant qu'on restait dans l'hypothèse dogmatique que le Soleil est absolument immobile. Mais comme il n'est pas possible de conserver cette immobilité absolue, cette troisième loi devrait en fait être prise en compte depuis longtemps déjà[82].

Et maintenant, je ne puis que résumer – encore une fois, le raisonnement que l'on peut développer mathématiquement et géométriquement dans tous ses détails prendrait des heures ! Si l'on prend cette troisième loi de Copernic au sérieux, si on la reprend vraiment, on n'obtient pas un mouvement autour d'un Soleil immobile, mais le Soleil se meut, et pendant que s'accomplit ce qui serait un mouvement de la Terre autour du Soleil, le Soleil s'est déjà déplacé pendant cette rotation. Donc la Terre ne peut pas tourner autour du Soleil, car le Soleil est déjà parti ! Cela donne donc un mouvement du Soleil qui s'en va, poursuivi par la Terre, et les autres planètes qui suivent le Soleil de telle manière que l'on a finalement affaire à une hélice qui se déplace et sur laquelle se trouve en un point le Soleil [et] à l'autre bout la Terre. L'apparence d'un mouvement circulaire apparaît lorsqu'on vise une fois la direction Terre-Soleil d'une façon, puis d'une autre façon, en progressant par un mouvement hélicoïdal[83]. Ce qui est intéressant dans le développement de l'astronomie historique, c'est que Copernic était déjà plus en avance qu'on l'est aujourd'hui, du fait que l'on a tout simplement laissé tomber cette troisième loi – où ce que l'on peut observer annule au fond ce qu'on a d'abord calculé – et que l'on a construit une astronomie sans cette loi. Pour être juste envers Copernic il faudra de nouveau l'introduire[84].

Cela n'a pas une particulièrement grande (...) parce que, si l'on applique à l'astronomie aussi une vraie phénoménologie, on saura clairement – comme mademoiselle Vreede[85] l'a déjà indiqué – que l'on a affaire à des mouvements particulièrement compliqués et que, dans les constructions géométriques simples que l'on met à la base de ces mouvements, on ne met d'habitude toujours que des processus géométriques [simples], et alors il faut, parce que les corps célestes ne suivent pas ces parcours [simples],

introduire des perturbations qui obligent à admettre des hypothèses auxiliaires [supplémentaires] [86]. Quand un jour on aura dépassé le stade de ces hypothèses auxiliaires, l'astronomie prendra un tout autre aspect.

Mais cela, on ne peut le faire autrement, mesdames et messieurs, qu'en progressant vers une science exacte qui saura effectivement tenir compte de l'homme et apprendra à observer ce qui se passe en lui; alors seulement, en tenant compte de ce qui se passe en l'homme, on pourra acquérir une opinion sur ce qui se passe dans le cosmos. Car nous avons aujourd'hui une science qui, comme monsieur Unger[87] l'a aussi montré, ignore l'homme. Elle l'a véritablement éjecté. On a donc une science étrangère à la réalité, qui tient compte de tout ce qui est en dehors de l'homme, mais qui ne tient aucunement compte de ce qui se passe en l'homme, et c'est pour cette raison que des choses comme la théorie de la relativité[88] ont pu prendre racine. Car, n'est-ce pas, ces choses ne sont pas conformes à la réalité. Mais l'humanité devra se rééduquer à penser selon la réalité.

Voyez-vous, si vous avez ici une pierre (... dessin), vous pouvez, dans un certain sens – mais seulement dans un certain sens, cela dépend toujours des hypothèses que l'on fait – vous pouvez la considérer comme quelque chose qui possède une existence propre. On peut dire: si l'on considère ce que l'on voit ici à l'intérieur de la surface-frontière qui la délimite, on arrive à se faire une certaine idée de cette pierre. Mais supposez qu'à la place de la pierre vous ayez une rose que j'ai cueillie. Dans ce cas, je n'ai pas la possibilité de lui attribuer une réalité comme à la pierre dans ses limites; car la rose ne peut pas «être» par ce qu'elle est ici, en tant que rose cueillie. Elle doit naître en relation avec autre chose. C'est pour cela que l'on peut seulement dire: la pierre, à l'intérieur de ses limites, a une

véritable existence ; la rose, à l'intérieur des limites où je l'ai ici, n'a aucune réalité, car elle ne peut « être » que sur le rosier ; et si je la sépare du rosier, elle n'est plus ce qu'elle est, car elle est dans un état où les conditions [pour exister] ne sont plus en elle ; elle ne peut plus exister.

Cette pensée qui plonge dans les faits, et qui tient compte d'eux, cette pensée est quelque chose que nous devons nous éduquer à retrouver, et c'est seulement quand nous la reposséderons que nous pourrons nous attendre à ce qu'une astronomie saine, par exemple, pourra revenir de façon naturelle, et que des choses comme l'épouvantable abstraction qu'est la théorie de la relativité ne se reproduiront pas. La théorie de la relativité, en fait, calcule avec des choses qui ne sont pas des réalités.

Si on a la formule habituelle [$s = vt$], la distance parcourue est égale au produit du temps par la vitesse, c'est quelque chose qui nous parle clairement. [Mais] si je note une réalité, je peux seulement écrire : (...)

$$[v = \frac{s}{t}].$$

Tout ce qui est dans la réalité, je puis le calculer en le saisissant par l'abstraction. Parce que je peux saisir différentes choses [par] l'abstraction, je peux ensuite faire les calculs les plus divers à l'intérieur de ce qui est abstrait. Mais ce qu'il ne faut pas faire, alors, c'est croire que ces abstractions sont aussi des réalités. Dans le monde inorganique, seules les vitesses sont des réalités ; les notions de temps et d'espace ne sont par contre qu'abstraction. Et si l'on commence à calculer avec l'espace et le temps, il est évident que l'on entre dans le domaine de l'irréel ; or quand on se meut dans l'irréel, on ne peut revenir dans le réel.

Tout ceci est profondément lié à certains défauts significatifs de notre temps. Les hommes ayant, en cherchant

à saisir la nature, complètement négligé l'esprit, nous sommes entrés dans un courant qui a tourné toute notre âme vers des abstractions. Se mouvoir dans des abstractions est au fond quelque chose de très commode, qui ne demande aucun effort. Car on n'a nul besoin de s'autoéduquer et de plonger dans la réalité. Il est évident qu'il est plus facile de raisonner avec le temps et l'espace que de plonger dans les qualités des choses et de se rendre clairement compte qu'un certain objet ne peut être pensé comme une réalité qu'en liaison avec un autre objet, que ce n'est qu'ainsi qu'on peut le penser maintenant comme une réalité. Lorsque, en tant qu'homme avec une faculté de penser développée et une envie de connaître la réalité, on lit les textes d'Einstein ou la théorie de la relativité en général, on subit un vrai supplice. Vous n'êtes pas obligés de me croire, mais il en est pourtant ainsi. Ce qui est développé là est certes parfaitement conséquent au plan mathématique et pourtant, lorsqu'on possède un certain sens de la réalité, il est impossible d'entrer dans de telles pensées. Il suffit de se représenter, en gardant concrètement l'ensemble du complexe de pensées, quel sens cela pourrait avoir que quelqu'un qui (...) [est couché dans une boite et fait un voyage à grande vitesse à travers le cosmos] soit soumis à des conditions telles qu'à son retour il trouve [un entourage] fait de générations tout autres[89]. En pensant ainsi, on ne pense évidemment qu'en espace et temps. On ne réfléchit pas à la constitution extérieure de l'être qui subirait cette expérience, laquelle constitution serait évidemment détruite. Pour un relativiste fanatique, une telle objection peut bien sûr paraître naïve. Mais pour la réalité, il faut en tenir compte. Et l'homme qui a le sens de la réalité, s'interdit* [de penser] de telles choses.

* « Interdire » au sens actif : la situation est telle que ce n'est plus possible.

Et on ne peut faire autrement – même si le théoricien relativiste fanatique trouve cela naïf – on ne peut faire autrement que de penser ainsi.

Supposons qu'il soit sans importance, quand je roule en voiture, que la voiture fonce avec moi sur la route, ou que la voiture soit immobile et que ce soit la surface de la terre qui fonce. Si cela devait être sans importance, j'aimerais bien savoir pourquoi, quand une panne se produit, la Terre se mettrait soudain en grève à cause de ce petit incident qui ne concerne tout de même que la voiture. Si cela ne faisait pas de différence, n'est-ce pas, cela ne dépendrait pas de cette petite modification tout extérieure. Du point de vue du théoricien de la relativité, encore une fois, une telle objection est terriblement naïve, pourtant ce sont aujourd'hui les réalités[90]. Et celui qui, avec sa pensée, vit dans la réalité et non dans l'abstraction – abstraction dans laquelle on peut penser tout à fait conséquemment – celui-ci doit rendre attentif à ces choses.

C'est au fond ainsi que nous vivons dans une astronomie théorique, et un exemple classique – cela ne devrait être signalé que comme exemple – est ce fait de négliger la troisième loi de Copernic parce qu'elle n'est pas commode (...) et que les travaux nous enseignent que, [si on l'utilise], on ne peut pas calculer aussi aisément qu'on le fait. Que fait-on alors? On dit: calculons avec les deux premières lois de Copernic, et comme le résultat n'est pas suffisant (les heures du midi ne «collent» pas), on introduit chaque jour une correction: la rectification de Bessel[91]. Mais si l'on prend cela au sérieux, la nécessité apparaît de tenir compte de la troisième loi de Copernic, c'est-à-dire qu'on entre dans la réalité.

Il faut se rendre compte qu'il s'agit d'une question de principe. Car, voyez-vous, nous vivons aujourd'hui dans les principes de manière telle que de tous côtés surgissent

ces fausses voies dont monsieur Steffen a parlé ce soir de façon magistrale en évoquant trois d'entre elles[92]. Aujourd'hui, chacun se voit confronté, dans la réalité, à ces fausses voies, et elles interviennent dans la vie. Ce que nous avons acquis à partir de cette façon de penser mathématique irréelle a tellement d'importance qu'elle est peu à peu devenue la pierre de touche pour la génialité de la pensée. Les choses sont déjà telles que, lorsqu'on a le sens de la réalité, la génialité nous sert parfois moins que lorsqu'on n'a pas le sens de la réalité. Car si on a le sens de la réalité, voyez-vous, on est obligé de s'en tenir à la réalité. Il faut plonger dans les choses, il faut vivre avec elles. Si on n'a pas de sens de la réalité on peut, en ne manipulant que des formules mathématiques, s'introduire par le calcul dans l'espace et le temps avec beaucoup d'esprit, et s'élever ainsi à des abstractions tout à fait épouvantables.

Ces abstractions ont parfois quelque chose de séduisant. Je ne rappellerai que la théorie moderne {moderne en 1920} des ensembles qui a été prise comme base pour expliquer l'infini. Vous avez là le principe des mathématiques qui se dissout en lui-même, le nombre qui se dissout en lui-même, dans le fait que l'on ne prend plus les nombres dans leur sens habituel, et que l'on compare un ensemble avec un autre en ne tenant plus compte ni de la qualité des éléments, ni de leur ordre, mais seulement d'une correspondance[93]. Il devient alors possible de construire certaines théories des infinis. Mais on nage continuellement dans des abstractions. Ce genre de raisonnement ne peut être effectué dans la réalité concrète.

Or le fait que l'on ait été progressivement amené à ne plus se plonger dans la réalité a une grande importance. Voyez-vous, dans ce domaine, la science de l'esprit doit remettre bien des choses en place. Je vous ai montré deux contradictions. Cela paraît bien sûr n'avoir rien à faire avec

la théorie, or c'est pourtant le cas, car dans ces domaines il s'agit de bien plus que d'une théorie – qui peut très bien se corriger elle-même si on possède une manière de penser saine – il s'agit en fait du développement d'une pensée saine*, d'une pensée qui n'est pas seulement logique car ce qui est logique est aussi valable pour ce qui est mathématique ; on peut tranquillement calculer avec ce qui est logique jusque dans ce qui est mathématique, et l'on obtient ainsi des formations intrinsèquement conséquentes, mais qui n'ont pas besoin d'avoir une utilité pour la réalité. Nous sommes maintenant arrivés assez loin pour pouvoir montrer comment ces choses se comportent pour cette pensée non-disciplinée qui n'a pas de vrai sens de la réalité.

Vous avez d'un côté l'essai, voudrais-je dire, de réunir tout ce que le savoir actuel peut offrir dans le fameux livre de Oswald Spengler qui a déjà été vendu en des milliers et même des dizaines de milliers d'exemplaires – 70 000 ou 80 000 je crois – *La décadence de l'Occident*[94]. Cela signifie, comme vous le savez, quatre ou cinq fois autant de lecteurs. Nous savons quelle énorme influence ce livre a sur la pensée actuelle, car il est d'une certaine façon né de la pensée actuelle. Il a été conçu avec courage car il tire les conséquences dernières de cette pensée. Dans ce livre, Spengler prend tout ce qu'il y a en astronomie, en histoire, en science, en art, il réunit tout, et on est obligé de dire que la force de démonstration est extraordinairement forte. Parce que Spengler pense vraiment ainsi, il a le courage de tirer les conséquences extrêmes de la façon dont il faut penser aujourd'hui si l'on est astronome, botaniste, historien de l'art, etc., au sens qui est juste à notre époque. Et le livre de

* Après la mort de Rudolf Steiner, les mathématiciens ont eux-mêmes montré les limites de la logique mathématique. Le grand mathématicien et logicien Paul Finsler (1894-1970) répétait souvent : « Là où la logique ne permet plus de continuer, il faut se mettre à penser ». Il s'agit là de cette pensée saine dont parle Steiner. Cf. aussi les travaux de Gödel, un élève de Finsler (né en 1906) en 1931.

Spengler apporte la démonstration qu'au début du 3e millénaire la civilisation sera tombée dans une barbarie totale. On trouve cela aussi rigoureusement «démontré» que le deuxième principe de la thermodynamique[95] ou n'importe quoi d'autre qui nous paraît plus sûr que la théorie mécanique de la chaleur.

Ce livre nous permet non seulement d'apprécier l'état de décadence de ce qui existe aujourd'hui, mais il peut aussi démontrer [la venue d'événements futurs] de la même façon que l'on a coutume de le faire pour ceci ou cela. Spengler démontre la décadence de l'Occident par les méthodes de la science actuelle aussi bien que l'astronomie ou n'importe quelle autre science démontre ce qu'elle avance – en tout cas beaucoup mieux que ne le fait la théorie de la relativité! Et on ne peut échapper à cette démonstration que si on voit les autres facteurs que Spengler ne voit pas. Ce sont justement ceux qui, à partir de maintenant, doivent naître du plus profond de l'homme et faire «lever» de toutes nouvelles impulsions dans l'humanité, ceux qu'une science basée exclusivement sur la pensée actuelle ne peut pas voir.

Mais maintenant, comment cette pensée spenglerienne se comporte t-elle? Spengler ne pense pas comme les théoriciens de la relativité. Il pense au fond déjà dans les catégories de pensée de la réalité. Mais tout ce qu'il pense ne s'harmonise jamais. Il forme des concepts sur l'astronomie, sur la biologie, des concepts sur l'évolution de l'art, sur l'architecture, sur la sculpture. Ces concepts ne vont jamais ensemble. Et c'est ainsi qu'il obtient un ensemble de concepts que je voudrais comparer à des formes cristallines mélangées se heurtant dans le désordre. Tout cela s'embrouille, et les idées se détruisent mutuellement. Pendant que l'on étudie le livre de Spengler, si on a un sens de la réalité pour ses concepts, on a continuellement des

concepts qui sont pleins* (...dessin). Oswald Spengler est un homme qui sait penser, qui sait se forger des concepts. Seulement ces concepts se détruisent les uns les autres, se cassent, s'érodent, se cisaillent. Rien ne reste entier car il y a toujours un concept détruisant l'autre. Si on suit avec une pensée conforme à la réalité les représentations spenglériennes, on y trouve une terrible agitation et une affreuse confusion.

Spengler représente en quelque sorte l'un des pôles de la pensée actuelle, le pôle qui fait que l'on forme des concepts tirés de tous les domaines pour les réunir en en formant un ensemble. Les philosophes définissent si joliment les choses de façon abstraite qu'il faut collectionner les concepts que l'on trouve dans les différentes sciences, et qu'avec elles il faut former un certain système pour atteindre un sommet. Or on n'arrive pas à un sommet mais à des choses qui se heurtent, se morcellent, se détruisent les unes les autres. Oswald Spengler est pour la science actuelle meilleur philosophe que bien d'autres, qui n'ont pas le courage de dessiner des concepts aussi finement ciselés, et chez qui, pour cette raison, ils ne se détruisent pas. Mais parce qu'ils confondent ce qui est en réalité des griffes de tigres avec de douces pattes de chat, ils arrivent à de ridicules formations que l'on prend aujourd'hui pour les conséquences philosophiques de l'étude des différentes sciences. Si l'on regarde sérieusement ce qui se donne ainsi, on a donc d'un côté cet Oswald Spengler qui, encore une fois, a de l'expérience dans toutes les sciences, et qui a su rassembler de vastes connaissances dans tous les domaines où, partant des us et coutumes philosophiques, on cultive aujourd'hui la recherche scientifique.

* Ce ne sont pas des concepts vides.

D'un autre côté, on trouve l'autre philosophe populaire, même s'il n'est pas adulé comme Spengler, en l'espèce du comte Hermann Keyserling[96]; il se différencie de Spengler par le fait que ses concepts n'ont de contenu nulle part. Alors que chez Spengler les concepts sont bien « juteux », les concepts de Keyserling sont vides. Ils peuvent toujours très bien s'entendre car ils ne sont plus que des cosses vides. L'unique pensée, mais qui n'est elle-même qu'une cosse vide, est que l'esprit doit s'unir à l'âme[97]. Keyserling attaque violemment l'anthroposophie, et me reproche notamment d'avoir – dans *Zukunft* par exemple – décomposé l'homme en différentes parties : corps éthérique, corps de sensation, âme de sensation etc., car l'homme est pourtant une unité et agit comme unicité[98].

Certes, chers auditeurs, la pensée [que l'esprit doit s'unir à l'âme] paraît « sacrément » avisée quand ce n'est qu'une cosse vide comme dans le dernier ouvrage de Keyserling. Mais cette pensée n'est pas plus intelligente que celle de celui qui dirait : oui, un habit est une unité, et il n'est pas juste de le décomposer en veste, pantalon, bottes, etc. ; tout cela forme une unité, il ne faut donc pas que le tailleur me fasse à part la veste et le pantalon, que le chausseur fasse encore les bottes – tout cela est une unité ! Sur l'homme toutes ces choses sont évidemment une unité. Mais si l'on pense que, pour cette raison, tout doit être cousu ensemble en dépit du bon sens, qu'il doit se créer un habit formé du pantalon, de la veste, et peut-être encore des bottes etc., [cela n'a tout simplement pas de sens, même si à partir d'un bel] idéalisme abstrait, le comte Hermann Keyserling veut [en] faire une unité (...).

Voici donc l'autre pôle. D'un côté Spengler avec des concepts qui se détruisent les uns les autres, de l'autre Keyserling avec ses concepts absolument vides, dans lesquels

il n'y a aucun contenu. Si bien qu'en lisant Spengler, pour peu que l'on ait le sens de la réalité, on souffre de ressentir ces heurts, ces écrasements des concepts, ce mélange désordonné. On éprouve et on doit supporter tout cela, surtout si on a un sens artistique. Ce livre de Splenger n'a vraiment rien d'artistique. Dans le cas du livre de Keyserling on lit une page, et puis on s'arrête et on manque d'air, car ses concepts ne contiennent rien, c'est un contenant sans contenu[99] ! On veut penser quelque chose, mais il n'y a rien dans cette pensée, on ne fait qu'enchaîner des mots, des phrases, et les gens peuvent très facilement les comprendre ; ils s'y retrouvent très agréablement, surtout si un tel non-penseur impotent leur dit encore : oui, dans les faits que constate l'anthroposophie il peut y avoir quelque chose de vrai, mais je ne puis le vérifier et ne veux donc pas l'accepter ; je suis un homme qui n'a pas d'intuitions, etc.[100].

Cela, on peut particulièrement bien le faire avaler aux gens, surtout à ceux qui ne le peuvent pas non plus ; ceux-là préfèrent évidemment quelqu'un qui ne peut pas le vérifier (surtout à notre époque) à quelqu'un qui leur demande de faire un effort pour s'élever à son niveau ! Les écrits concernant les arts sont à faire dresser les cheveux sur la tête, mais ils trouvent un large public. C'est quelque chose que je voulais encore dire.

Vous avez peut-être maintenant un sentiment [pour comprendre] que j'évoque à ce propos la phrase de Goethe ; « réfléchit au *quoi*, mais plus encore au *comment* »[101]. Voyez-vous, chez Spengler, vous pouvez réfléchir au *quoi*, car il apporte beaucoup de *quoi*. Mais dans une conception du monde – Goethe le savait – l'important est *comment* les idées sont rassemblées, *comment* les représentations sont structurées de l'intérieur ; l'important est de voir le tout. C'est pourquoi on peut dire chez Spengler : réfléchit au *quoi*. Il y réfléchit comme il faut y réfléchir ;

mais il ne pense pas du tout au *comment*. Goethe exige que l'on s'occupe surtout du *comment*, de la façon de développer les choses. Chez Keyserling on pourrait parler d'un semblant de *comment*, mais sans le moindre *quoi* à l'intérieur ; Dans ce cas, le *comment* est déjà un peu moisi, n'est-ce-pas ?

Stuttgart, 15 janvier 1921

Question: Sur la nécessité de la façon de voir anthroposophique. Pourquoi faut-il, dans le problème concernant Einstein, utiliser soudain un signe opposé, là où l'on passe du pondérable à l'éther ?

Cela peut bien sûr être fait sans le point de vue anthroposophique, si l'on procède tout simplement comme on le fait dans d'autres domaines scientifiques: en étudiant les phénomènes! J'ai montré dans un cours que j'ai tenu ici il y a quelques mois devant un petit nombre d'auditeurs comment on peut examiner sans préjugés les phénomènes de ce qu'on appelle la théorie de la chaleur[102]. Il s'agit ensuite d'essayer d'exprimer en formules mathématiques ce que les phénomènes nous présentent.

Une telle expression en formules mathématiques a ceci de particulier qu'elle n'est correcte qu'à condition de correspondre aux processus observables, donc si ce que donnent les formules mathématiques se confirme dans la réalité, si cela peut être vérifié dans la réalité. Si, dans un espace fermé, vous avez un gaz chauffé sous pression, et si vous voulez comprendre les phénomènes qui apparaissent alors, vous pouvez bien sûr appliquer astucieusement les formules de Clausius[103] et d'autres, mais vous verrez – on en convient d'ailleurs aujourd'hui – que les faits ne correspondent pas à la réalité[104].

Dans le cas de la théorie d'Einstein, il y a ce fait curieux que l'on a d'abord des expériences, puis ces expériences sont montées en présupposant certaines théories, mais les expériences ne confirment pas ces théories, et l'on

construit alors une autre théorie qui ne repose au fond cette fois que sur des expériences imaginées[105].

Par contre, si vous essayez de simplement traiter les manifestations de la chaleur de telle manière que vous introduisez, selon que vous avez affaire à de la chaleur de conduction ou de la chaleur de rayonnement, des valeurs positives ou négatives dans les formules, vous verrez que la réalité vérifie les formules[106].

Il est vrai que, si l'on passe à d'autres impondérables, on ne peut pas se satisfaire de la seule polarité négatif-positif; il faut joindre d'autres relations à ce couple. Il faut en quelque sorte se représenter une force agissant de manière radiale dans le domaine du pondérable, et ce qui appartient au domaine de l'éthérique comme venant de la périphérie, mais muni néanmoins du signe négatif, et n'agissant que dans un disque. Et c'est ainsi qu'il faut, quand on arrive à d'autres impondérables, introduire la variable en question autrement; on verra alors que l'on en arrive à des formules qui se laissent vérifier par les phénomènes.

C'est la voie que tout un chacun peut suivre même s'il ne se place pas au point de vue anthroposophique.

Mais il y a autre chose sur quoi je voudrais insister: ne croyez pas que ce que je vous ai raconté dans ces quatre conférences, je vous l'ai raconté ainsi parce que je me suis placé à un point de vue anthroposophique. Je vous l'ai raconté ainsi parce qu'il en est ainsi! Et ce qui est la façon de voir anthroposophique s'en suit, ce n'est que la conséquence de ce que l'on voit les faits de manière conforme à la réalité. La manière de voir anthroposophique ne précède pas, elle suit en tant que conséquence. On veut connaître et comprendre les faits sans préjugés, et la façon anthroposophique de voir les choses peut en être la conséquence. Ce serait mauvais, ce serait grave pour ce que je

vous ai dit, s'il fallait partir d'un point de vue empreint de préjugés. Non, ce n'est pas de cela qu'il s'agit, mais il s'agit de suivre les phénomènes de manière strictement empirique. La façon de voir les choses anthroposophiquement doit arriver à la fin, ce doit être un aboutissement, même si – je ne voudrais tout de même pas dire le contraire – elle peut toujours être ce qu'il y a de mieux.

[Après avoir traité d'autres questions Rudolf Steiner termine en disant :]

Je ne peux que le répéter toujours et encore : la science de l'esprit d'orientation anthroposophique qui veut s'exprimer ici à Stuttgart n'a vraiment rien à voir avec un quelconque comportement sectaire, ni avec du dilettantisme. Ce vers quoi on veut tendre – même si, avec de si faibles moyens, on ne peut encore l'atteindre –, c'est un vrai, un véridique, un authentique esprit scientifique. Et plus on examinera la science de l'esprit plus on la mettra à l'épreuve, plus on reconnaîtra qu'elle peut affronter tout moyen de contrôle scientifique.

Si l'on accable la science de l'esprit de tant de reproches, qui ne sont que des malentendus, ce n'est pas parce qu'on la traite de façon scientifique. Ses adversaires ne la combattent pas parce qu'ils ont un caractère trop scientifique mais au contraire – il n'y a qu'à regarder de près – parce qu'ils en ont trop peu[107].

Nous avons besoin pour l'avenir non d'un tarissement de l'esprit scientifique, mais d'un vrai, d'un authentique progrès de l'esprit scientifique ; et ce ne peut finalement être qu'un progrès qui ne conduit pas seulement dans le matériel, mais qui conduit aussi dans le spirituel.

Dornach, 7 avril 1921

Question: On a dit que les trois dimensions ne seraient pas de structure équivalente. Où est cette différence?

En tous les cas ce n'est pas sous cette forme que la phrase a été formulée – les trois dimensions ne sont pas de structure équivalente[108] – mais ce à quoi il est fait allusion est probablement: nous avons d'abord l'espace mathématique, l'espace que nous nous représentons – si nous nous faisons effectivement une représentation – de manière à avoir trois dimensions dans des directions formant des angles droits, que nous nous définissons donc par la donnée de trois axes orthogonaux

Tel qu'on se représente d'habitude cet espace, les trois dimensions sont traitées de manière absolument identique. Nous ne faisons pas de différence, au point de pouvoir considérer les trois dimensions: haut-bas, gauche-droite, avant-arrière comme interchangeables. Dans le simple espace mathématique, il est sans importance de considérer que si nous avons l'axe des x et celui des z formant un angle droit, et l'axe des y de nouveau à angle droit, nous qualifions le plan sur lequel se dresse cet axe des y ou cet axe lui-même de «horizontal» ou «vertical», ou d'autre chose de ce genre. De même nous ne nous intéressons pas au fait que cet espace soit «ouvert» ou «fermé». Cela ne veut pas dire qu'on se le représente comme étant illimité. Simplement on ne s'élève pas, en général, jusqu'à cette représentation; on n'envisage pas d'éventuelles frontières, et on suppose, tacitement, que de

tout point – par exemple suivant la direction des *x* –, on peut ajouter un bout à ce que l'on a déjà mesuré dans la direction des *x*, puis un autre bout, et ainsi de suite, sans jamais parvenir à une fin.

Dès le XIXe siècle, la métagéométrie[109] a fait des objections à cette façon de voir conforme à l'esprit de la géométrie euclidienne. Je rappellerai que Riemann[110] faisait déjà la différence entre la notion d'« infini » et la notion de « non-borné ». Rien n'oblige, pour une représentation purement conceptuelle, à identifier ces deux notions. Prenez par exemple une sphère, la surface qui entoure une boule ; si vous dessinez sur cette sphère, vous verrez que vous ne rencontrerez jamais de frontière qui pourrait vous empêcher de continuer le dessin. Vous pouvez donc dire : la sphère n'est pas bornée pour ma capacité de dessiner – mais personne ne prétendra que, pour cette raison, la sphère est infinie. On peut donc distinguer de manière purement conceptuelle la notion d'infini et celle de non-borné.

Sous certaines conditions mathématiques, cela peut être étendu à l'espace, et ceci de telle manière que l'on se représente : si je rajoute un segment dans la direction de l'axe des *x* ou de l'axe des *y*, puis un autre, encore un autre, sans jamais être empêché de continuer à le faire, les propriétés de l'espace pourraient nous amener à qualifier celui-ci de non-borné, mais non pas d'infini. Malgré le fait qu'il y a toujours la possibilité d'ajouter d'autres segments, rien ne nous oblige à supposer que l'espace serait infini, il pourrait seulement ne pas être borné. Il faut donc bien distinguer ces deux notions. On peut admettre que si un espace est non borné, mais n'est pas infini, il possède une courbure interne, c'est-à-dire qu'il reviendrait par un moyen quelconque sur lui-même comme le fait la surface de la sphère.

Certaines idées de la métagéométrie moderne comptent effectivement avec de telles hypothèses. Personne ne peut au fond dire que l'on peut trouver beaucoup d'objections à ces idées. Car, comme déjà dit, il n'y a aucune possibilité de déduire une éventuelle infinité de l'espace à partir de propriétés locales. L'espace pourrait très bien être intrinsèquement courbé et donc fini.

Je ne peux naturellement pas développer cet enchaînement d'idées car il faudrait aborder presque toute la succession d'idées de la métagéométrie moderne. Vous trouverez beaucoup de points d'appui dans les publications faciles à obtenir de Riemann, Gauss [110] et d'autres, si vous vous intéressez à ces idées et voulez pénétrer dans ces pensées et les approfondir.

Voici donc quelque chose qui a introduit des objections du point de vue purement mathématique dans cet espace euclidien figé, banalisé dans toutes les directions, qui n'est déduit que de la notion de non-borné. Mais ce à quoi il est fait allusion dans la question concerne autre chose encore. Il s'agit du fait que l'espace dont il est question dans la géométrie analytique par exemple, quand nous avons affaire aux trois axes de coordonnées orthogonales, n'est d'abord qu'une notion abstraite*, une abstraction – mais «abstraire» de quoi? C'est la question qu'il faut encore soulever.

Il s'agit de savoir s'il faut en rester à cette abstraction (espace), ou si ce n'est pas le cas. Doit-on se contenter de cette notion abstraite? Est-ce le seul espace envisageable? Plus précisément: si cette notion abstraite de l'espace est la seule dont il soit justifié de parler, on ne peut faire que les objections utilisées en géométrie de Riemann, ou dans une autre métagéométrie [111].

* Abstraite au sens courant du mot.

La situation est telle que la définition kantienne de l'espace se base sur la notion totalement abstraite de l'espace où on ne distingue pas la notion de « non-borné » de celle d'« infini ». Or, au cours du XIXe siècle, le contenu de cette notion de l'espace a été ébranlé (même intérieurement) [112]. Il est hors de question que la définition de Kant puisse encore s'appliquer à un espace qui, même s'il était non-borné, ne serait pas infini. Bien d'autres parties de la *Critique de la raison pure* seraient déstabilisées – la théorie des paralogismes par exemple – si on voulait en venir à l'espace courbé non-borné [113].

Je sais bien que, pour la façon habituelle de voir, le concept d'espace courbe présente des difficultés. Mais, du point de vue géométrico-mathématique, la seule objection possible est de dire que l'on se trouve entièrement dans un monde de pures abstractions très loin de la réalité. Et celui qui regarde de plus près trouvera que les déductions de la métagéométrie moderne contiennent un curieux cercle vicieux. On part en effet de la représentation de la géométrie euclidienne, qui ne s'occupe pas des limites de l'espace, et on en déduit certaines représentations, disons des représentations qui se réfèrent à quelque chose comme une sphère. Ensuite, en procédant par dégradation ou en modifiant l'interprétation des formes ainsi obtenues, on peut en déduire des interprétations de l'espace. On parle au fond en partant des hypothèses de la géométrie euclidienne analytique. À partir de ces hypothèses on obtient une certaine mesure de la courbure. On arrive jusqu'aux dérivées. Mais alors on retourne les raisonnements. On utilise maintenant ces représentations que l'on ne pouvait obtenir qu'avec l'aide de la géométrie euclidienne, donc par exemple la mesure de la courbure, pour en arriver à une autre représentation qui mène à une dégradation et peut de nouveau amener à une interprétation de ce que

l'on a obtenu à partir des formes courbes[114]. On se meut en fait dans un domaine étranger à la réalité en extrayant des abstractions d'autres abstractions. Ce ne serait justifié que si des faits empiriques rendaient nécessaire de s'orienter d'après les représentations données par ces réalités vers ce qu'on a ainsi obtenu.

Il se pose alors la question: où se trouve donc ce qui est conforme à l'expérience en ce qui concerne la notion abstraite d'espace? Car l'espace tel qu'il est présenté dans Euclide[115] n'est qu'une abstraction. Où se trouve ce qu'on peut ressentir, ce qui perceptible?

Pour commencer, il nous faut partir de l'expérience humaine de l'espace. L'homme placé dans le monde ne perçoit en réalité qu'une seule dimension par l'expérience de sa propre activité; c'est celle de la profondeur. Cette perception de la profondeur, cette perception «élaborée» de la profondeur repose sur un processus de conscience qui est généralement négligé. Mais cette perception acquise par un effort propre est quand même tout autre chose que la représentation de l'étendue à deux dimensions. Quand nous voyons le monde avec nos deux yeux, avec notre vision totale, nous ignorons toujours que ces deux dimensions apparaissent par leur propre activité, par une activité où collabore celle de notre âme. Elles sont en quelque sorte simplement là, lors de l'observation, en tant que deux dimensions planes. Alors que la troisième dimension exige, pour apparaître, que nous agissions, même si cette activité ne s'élève en général pas au niveau de la conscience. Il nous faut toujours acquérir la conscience, la connaissance de la profondeur, de la distance à laquelle un objet se trouve. L'étendue de la surface, nous n'avons pas besoin de l'acquérir, elle nous est directement donnée par le fait de regarder. Mais nous devons effectivement accomplir – au moyen de la vision binoculaire – le travail qui permet d'acquérir la

dimension-profondeur. De telle sorte que la façon dont nous éprouvons la troisième dimension se trouve à la limite du conscient et de l'inconscient ; mais celui qui a appris à diriger son attention sur de tels faits sait que cette activité à moitié inconsciente, ou au tiers inconsciente, qui ne devient jamais entièrement consciente, concernant l'activité d'estimer la distance, est plus proche d'une activité de la raison, d'un dynamisme actif de l'âme, que celle concernant ce que l'on voit dans le plan.

L'une des dimensions de l'espace à trois dimensions est donc, déjà pour notre conscience objective, une conquête active. Quand nous considérons l'homme debout, nous sommes obligés de dire qu'il y a dans la dimension avant-arrière quelque chose qui ne peut pas permuter avec les autres dimensions. Car par le simple fait que l'homme se trouve dans le monde et, s'activant en quelque sorte, ressent cette dimension, ce qu'il ressent ne peut être permuté avec l'une ou l'autre des autres dimensions. Pour tout homme, cette dimension est quelque chose que l'on ne peut commuter avec les autres dimensions. Le fait de saisir la bidimensionnalité – donc haut-bas, gauche-droite (évidemment également quand cela se trouve devant nous) – est lié à d'autres parties du cerveau, car cela fait partie du processus de la vue ; alors que la localisation cérébrale de ce qui concerne la troisième dimension est proche de la zone qui est responsable des activités du raisonnement. Nous voyons donc qu'en ce qui concerne la production de la troisième dimension il y a, dans ce que l'on ressent, une différence significative avec les deux autres dimensions.

Si nous nous élevons jusqu'au niveau de l'imagination, nous sortons de ce que nous éprouvons dans la troisième dimension. Dans l'imagination nous passons, à vrai dire, dans la représentation à deux dimensions. Et nous avons

maintenant besoin de travailler pour acquérir l'autre dimension, celle de gauche-droite – celle-ci est en effet aussi faiblement marquée que pour la troisième dans le cas de la représentation des objets –, si bien que nous avons là encore une expérience vécue précise dans le gauche-droite. Et enfin quand nous nous élevons à l'inspiration, la même chose se passe pour le haut-bas[116].

Lorsque nous formons nos représentations habituelles à l'aide de notre système neurosensoriel, nous élaborons nous-mêmes la troisième dimension. Lorsque nous mettons hors circuit notre activité neurosensorielle habituelle pour nous tourner directement vers notre système rythmique – ce qui se produit lorsque nous nous élevons à l'imagination (la formulation n'est pas tout à fait exacte mais cela n'a pas d'importance pour le moment) – nous faisons l'expérience de la deuxième dimension. Et nous vivons dans la première dimension lorsque nous nous élevons à l'inspiration, c'est-à-dire lorsque nous progressons jusqu'à la troisième composante de l'organisation humaine.

Il s'ensuit que ce que nous avons devant nous dans l'espace abstrait est exact, car tout ce que nous conquérons en mathématiques nous le tirons de nous-mêmes. L'espace triple que nous obtenons en mathématiques est quelque chose que nous avons tiré de nous-mêmes. Mais si nous descendons en nous-mêmes par la représentation suprasensible, nous n'obtenons pas l'espace abstrait aux trois dimensions banalisées, mais trois dimensions de qualités différentes : avant-arrière, gauche-droite, haut-bas[117].

Il s'en suit encore autre chose. Si les trois ne peuvent être permutées, il n'est pas non plus nécessaire de les considérer avec la même intensité. Ce qui est essentiel, pour l'espace euclidien, c'est que nous nous représentons les trois axes, l'axe des x, celui des y, celui des z, comme

ayant la même intensité – il faut le poser en tant qu'hypothèse pour tout calcul géométrique*.

Si nous prenons les trois, l'axe des *x*, l'axe des *y*, l'axe des *z*, et si nous voulons conserver ce que nous disent les équations de la géométrie analytique, mais en donnant une intensité intrinsèque aux trois axes, il nous faut représenter ces intensités comme équivalentes. Si nous voulions par exemple étendre l'axe des *x* de façon élastique, il faudrait étendre d'autant l'axe des *y* et celui des *z*. C'est-à-dire, si je considère maintenant de manière intensive ce que j'étends, que la force d'intensification est égale pour les trois axes dans un espace euclidien. C'est pourquoi je voudrais – en utilisant le concept « espace » naturellement de cette façon – appeler cet espace l'espace figé.

Ce n'est plus le cas quand nous prenons l'espace réel – celui qui a été acquis en le tirant de l'homme – dont cet espace figé n'est qu'une abstraction. Là, nous ne pouvons plus prétendre que ces trois intensités d'extension sont équivalentes car, pour l'essentiel, l'intensité dépend de ce qui se trouve dans l'être humain. Les dimensions, les relations de taille de l'homme sont vraiment le résultat des intensités d'extension dimensionnelles de l'homme. Si par exemple nous prenons l'axe des *y* pour le haut-bas, il faut nous le représenter avec une plus grande intensité d'extension que, par exemple, l'axe des *x* qui correspondrait au gauche-droite. Si nous cherchions une expression formalisée pour cet espace réel, si donc nous exprimions de manière formalisée – donc de nouveau une abstraction, mais cette fois-ci il nous suffit d'être conscients qu'il s'agit d'une abstraction – ce qui est pensé comme devant être une réalité, nous obtiendrions un ellipsoïde à trois axes bien distincts. On est maintenant incité à regarder cet

* En géométrie non-euclidienne ce n'est pas indispensable.

espace à trois dimensions, où doit vivre la représentation suprasensible, dans ses trois possibilités d'extension entièrement différentes. Il s'agit de nous représenter cet espace (avec ses axes réels *x*, *y*, *z*) qui nous est donné au moyen de notre corps physique, de manière à y reconnaître simultanément l'expression des relations entre les corps célestes qui s'y trouvent.

Si nous nous représentons cela, nous devons, d'une certaine manière, nous rendre compte que tout ce que nous nous imaginons dans cet espace cosmique tridimensionnel ne doit pas être pensé avec des intensités d'extensions équivalentes selon les axes des *x*, des *y*, et des *z*, comme c'est le cas dans l'espace euclidien, mais il faut que nous pensions que l'espace cosmique doit aussi être représenté par un ellipsoïde. Et la disposition des astres est telle qu'elle parle en faveur de cette interprétation. Notre voie lactée est en général qualifiée de lentille. Il n'est vraiment pas possible de se la représenter comme limitée par une sphère ; il faut nous la représenter autrement, ne serait-ce que si nous voulons en rester aux faits purement physiques.

Vous voyez donc justement, dans l'étude de l'espace, combien la pensée moderne correspond peu à la nature. Autrefois, dans les anciennes civilisations, personne ne se serait fait des représentations du style de l'espace figé. On ne peut même pas affirmer que dans la géométrie euclidienne se serait déjà trouvée une représentation claire de cet espace aux trois dimensions d'intensités d'extensions équivalentes, ni de la disposition orthogonale des axes. Mais c'est seulement quand on a commencé à traiter l'espace d'Euclide par le calcul – l'abstraction étant devenue un trait caractéristique de notre penser –, c'est alors seulement qu'est apparue la représentation abstraite de l'espace[118]. Dans les temps anciens, on avait des connaissances

du genre de celles que j'ai développées de nouveau à partir de la nature des connaissances suprasensibles. Cela vous permet de voir que les points sur lesquels on se base si énergiquement aujourd'hui, que l'on considère comme une évidence, n'ont au fond d'importance que parce qu'ils se déroulent dans une sphère qui n'a plus aucun lien avec la réalité. L'espace dont on s'occupe de nos jours est une abstraction ; il réside dans une sphère entièrement hors de toute réalité. Il a été abstrait d'expériences que l'on peut effectivement faire de manière réelle et vivante. Mais on se satisfait aujourd'hui de ce qui n'est qu'abstraction. On ne s'en rend pas compte, et on croit se mouvoir dans la réalité. Vous voyez combien nos représentations ont besoin d'être rectifiées.

Pour chaque représentation, le chercheur spirituel ne demande pas seulement si elle est logique. L'espace riemannien est, lui aussi, tout à fait logique encore que, d'un certain point de vue, il ne soit qu'une annexe de l'espace euclidien ; mais parce qu'on l'atteint par une pensée purement abstraite, parce qu'on l'a obtenu à partir d'une suite de déductions et que toute la pensée déraille en quelque sorte, on ne peut pas vraiment se le représenter[119]. En ce qui concerne la représentation, le chercheur spirituel ne demande pas seulement si cela est logique mais aussi si cela est conforme à la réalité.

Et ce fait d'être une réalité sera donné comme critère si l'on veut s'occuper correctement de représentations telles que : la théorie de la relativité est-elle justifiée ? Dans le domaine de l'abstraction logique, voudrais-je dire, cette théorie est aussi logique que possible, car ce n'est que dans ce domaine qu'on la considère. Rien ne peut être plus logique que la théorie de la relativité. Mais c'est autre chose de se demander : ses représentations sont-elles effectivement réalisables ? Et vous n'avez qu'à considérer les représentations qui

y sont indiquées sous forme d'analogies, pour voir que ce sont seulement des représentations que l'on jette en tous sens, mais qui n'ont pas de lien avec la réalité. On prévient qu'elles sont simplement destinées à symboliser les choses. Mais elles ne sont tout de même pas seulement là pour qu'on puisse s'en faire des images ! Sinon tout ce processus resterait accroché en l'air[120].

C'est ce que je voudrais dire dans le domaine concerné par cette question. Vous voyez qu'il n'est pas très facile de répondre à des questions concernant de tels domaines.

Dornach, 26 août 1921

Question: Doit-on comprendre que le Soleil progresse dans l'espace suivant une spirale et que la Terre le suit également sur une spirale, et donc qu'elle ne tourne pas autour du Soleil ?

Il serait relativement facile de développer ce thème dans plusieurs conférences, mais il est presque impossible de faire comprendre en quelques mots ce qui est à l'origine de cette question. On peut bien sûr donner une réponse rapide en résumant simplement les résultats de la recherche spirituelle, et alors il faut dire ce qui suit[121].

On constate d'abord que si, d'un quelconque point de vue, l'homme tire des conclusions à partir de résultats d'observations, les résultats de ces conclusions sont toujours unilatéraux, partiels. Les conclusions du système de Ptolémée et d'autres systèmes étaient partielles, celles du système de Copernic le sont aussi. Car les mouvements que l'on interprète à partir d'un point de vue sont toujours complétés, voire modifiés, par des mouvements que l'on ne peut pas évaluer à partir de ce point de vue.

Après avoir pris la précaution de faire cette remarque, je voudrais vous prier d'accepter pour la suite un résultat de la recherche spirituelle concernant les relations entre les mouvements de la Terre et ceux du Soleil, qui peut servir de base pour d'autres considérations. Il faut en fait se représenter le Soleil parcourant une courbe à travers l'espace. Cette courbe se révèle être une espèce de spirale* compliquée dès qu'on

* En allemand, comme en français, on a coutume de dire spirale pour « hélice ».

en étudie une partie suffisamment grande. Si je faisais un dessin simplifié, plus simple qu'elle se présente en réalité, cela donnerait la forme suivante (figure 65a).



Figure 65 a

La Terre se meut sur la même orbite, plus précisément en suivant le Soleil. En considérant les différentes positions de la Terre par rapport au Soleil vous verrez que, dans le cas qui a été dessiné ici, l'observateur devra regarder vers la droite pour voir le Soleil.

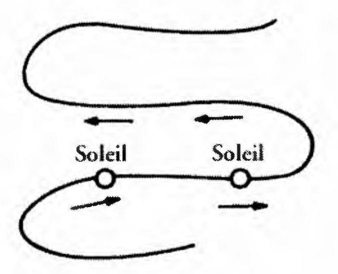


Figure 65 b

Je vais dessiner une autre position possible (figure 65b).

Les flèches indiquent la direction du regard. On regarde une fois ainsi vers le Soleil, une fois ainsi. Si ceci vous voulez le « modeler » par un mouvement intérieur, vous comprendrez sans peine que cette façon de courir [après] le Soleil donne l'impression, le voyant une fois d'un côté, une fois de l'autre, que la Terre tourne autour de lui selon un cercle ou une ellipse.

Alors qu'il s'agit d'un parcours où la Terre suit la même orbite que le Soleil, cela est encore différencié par certaines relations dont l'explication précise prendrait des heures. En réalité ce n'est que la direction du regard qui tourne.

Ce que je vous résume ici, comme je l'ai dit, est le résultat de longues recherches spirituelles, et cela se complique encore quand on y ajoute certaines autres relations ; car il faut savoir que plus on arrive à s'approcher d'une vue d'ensemble de ce qui concerne le Soleil, plus ce qui se laisse si commodément dessiner en quelques traits quand on présente le système de Copernic aux enfants à l'école disparaît pour faire place à quelque chose de plus en plus compliqué. Ces courbes se transforment en quelque chose que l'on ne peut plus du tout dessiner, car cela sort même hors de l'espace[122]. Ceci dit du point de vue de la science de l'esprit.

Du point de vue du développement des sciences, je voudrais remarquer que ce qui aujourd'hui frappe tellement les humains [lorsqu'ils voient les résultats de la recherche] se trouve déjà, en réalité, dans le copernicianisme. La situation est la suivante : Copernic a, en effet, présenté trois lois. La première : le mouvement de la Terre autour de son axe. La deuxième : le mouvement de la Terre autour du Soleil. La troisième mène à se représenter ce dernier mouvement comme purement idéel, à ne le penser que comme provisoirement admis, donc à ne pas vraiment accepter ce mouvement, et à considérer les relations entre la Terre et le Soleil comme quelque chose de solidement établi.

La troisième loi de Copernic montre donc que Copernic était en réalité persuadé que le deuxième mouvement, celui de la Terre autour du Soleil, n'était admis que par commodité, pour effectuer certains calculs, et qu'il n'y avait donc pas lieu de le reconnaître comme une réalité.

Aujourd'hui, on laisse cette troisième loi de côté; on ne s'en occupe pas, et ainsi on pense que, d'après le système de Copernic, tout l'édifice du Cosmos ne serait construit que d'après les deux premières lois. Si on étudiait le système de Copernic pour de bon, on en arriverait immédiatement, à partir de l'astronomie calculatoire, à l'hypothèse qui conduit à adopter [cette troisième loi] [124]. Vous voyez comment cela se passe souvent avec l'évolution scientifique.

La Haye, 12 avril 1922

Question concernant l'espace à 4 dimensions.

Quand j'ai le système de coordonnées habituel, j'ai caractérisé l'espace à trois dimensions. Puis on continue – nous ne voulons en parler que schématiquement – à partir de certaines données algébriques, en prolongeant abstraitement le même processus qui a mené du plan à l'espace à trois dimensions, et on atteint ainsi la quatrième dimension, la cinquième et ainsi de suite jusqu'à un espace à *n* dimensions. Et il devient possible – Hinton l'a fait – de construire des corps comme le tessaract. Ce n'est pas un vrai corps, toutefois, mais la projection du vrai tessaract dans l'espace tridimensionnel[125].

Du point de vue purement théorique et abstrait on ne peut naturellement rien objecter à ce genre de déduction. On peut également aller, disons, d'un espace à trois dimensions vers une quatrième dimension dans le temps, si l'on tient compte dans les formules du saut accompli par la pensée; car passer dans le temps est tout de même autre chose que de passer de la première à la deuxième ou de la deuxième à la troisième dimension. Mais en affinant, (...) on peut passer au temps. On obtient ainsi un espace quadridimensionnel abstrait. Si on reste dans l'abstraction, on peut continuer ainsi tant que l'on reste plongé dans ce qui est purement intellectuel, tant qu'on n'est pas obligé de se faire une image concrète. Alors que la suite des pensées purement abstraites peut être continuée à l'infini, il se pose dans le concret un problème: une situation rappelant

l'élasticité. Dans le cas d'un pendule aussi, on peut tout d'abord penser qu'il continue d'osciller indéfiniment. Mais du point de vue de la dynamique, nous aurons un état oscillatoire. Il en est ainsi dans la réalité. Si l'on arrive à s'élever à la perception imaginative, on ne peut plus répéter le processus indéfiniment en admettant une quatrième, une cinquième dimension, etc. Cette fois on est obligé, si la première est appelée + *a*, la deuxième + *b*, la troisième + *c*, de ne pas appeler la quatrième + *d*; mais la nature des choses m'oblige à écrire - *c*. Ainsi la quatrième annule progressivement, morceau par morceau, la troisième, et il n'en reste plus que deux*. À la fin du processus, au lieu de quatre dimensions, il n'en reste au fond que deux. Et c'est ainsi également que si je rajoute la cinquième je suis obligé de l'appeler - *b*; et pour la sixième - *a*. C'est-à-dire que je reviens au point[126]. L'élasticité a répondu et m'a rejeté au point de départ. Ici encore ce n'est pas quelque chose qui ne se présenterait que dans l'imagination et ne serait donc qu'une expérience subjective. Cela se réalise de la manière dont je l'ai présenté avant-hier[127].

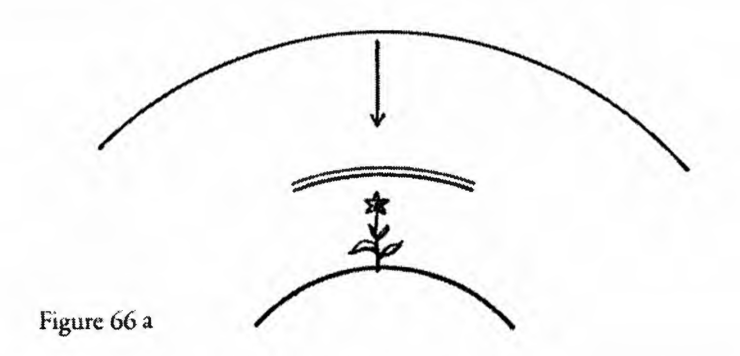


Figure 66 a

* Le texte du 29-12-1922 fait penser qu'il ne s'agit pas d'une annihilation totale, mais qu'intervient cette notion très difficile de « différentielle » ; une notion de nature très arupique (on ne peut pas s'en faire une « image » ayant une forme).

Tant qu'on a ici la terre, et que l'on s'en tient à la racine, on a affaire à une forme particulière de la pesanteur. On se trouve dans la dimensionnalité ordinaire de l'espace. Mais si on veut expliquer la forme de la fleur, on n'y parvient pas; ce n'est pas suffisant. Au lieu du point de départ des coordonnées, il faut alors prendre l'infinité de l'espace*; cette infinité de l'espace qui n'est en fait qu'une autre forme du point. On en arrive alors, au lieu de sortir de façon centrifuge, à rentrer de façon centripète (figure 66a). On arrive à cette surface d'onde. Au lieu de s'étendre en se dispersant, cela converge en pressant de l'extérieur; et l'on obtient des mouvements glissants, planants, cisaillants où il serait faux de prendre des coordonnées centrales**, mais il faudrait prendre cette espèce de sphère qu'est le «plan à l'infini» comme base de départ des coordonnées, puis des coordonnées s'étendant vers l'intérieur[128]. Quand on entre dans le domaine de l'éthérique, on obtient ce système de coordonnées qui est également qualitativement différent, et en polarité. Ne pas en tenir compte est l'erreur de la théorie habituelle de l'éthérique. C'est là que se trouve la difficulté de définition de l'éther. Tantôt, on le considère comme un liquide, tantôt comme un gaz. La faute est due au fait qu'on part d'un système de coordonnées central. Mais dès que l'on arrive dans le domaine de l'éthérique, il faut prendre la «sphère», et construire tout le système vers l'intérieur au lieu de le prendre dans le sens inverse.

C'est quand on les étudie mathématiquement, et qu'elles passent jusque dans le domaine de la physique, que ces choses deviennent intéressantes; et bien des choses contribueraient à la résolution de problèmes aux limites, le jour où seraient développées les théories qui commencent ici

* L'«infini de l'espace»: correction d'après le sens d'un passage semblant mal transmis.
** Les coordonnées habituellement utilisées qui partent d'un centre. On peut s'imaginer une surface formée de points, mais aussi enveloppée par des plans qui la sculptent de l'extérieur.

à entrer dans le domaine de la réalité. Mais il y a hélas très peu de compréhension pour cela. Un jour j'ai essayé de m'approcher de ces questions lors d'une conférence que j'ai tenue devant une association universitaire[129].

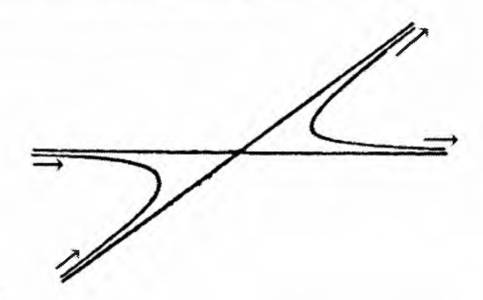


Figure 66 b

J'ai expliqué que si l'on a ici les asymptotes d'une hyperbole, et ici les branches de cette hyperbole, il faut se représenter à droite les deux branches s'écartant l'une de l'autre comme en un jaillissement; et à gauche: se rapprochant de même; de telle manière qu'apparaisse donc un véritable retournement. Cela conduit progressivement à un traitement concret de l'espace. Mais on trouve peu de compréhension pour cela. On rencontre même souvent une certaine aversion pour la géométrie synthétique chez les analystes purs. Et pourtant cette géométrie synthétique moderne est bien une voie pour sortir des mathématiques purement formelles vers le problème où il s'agit de saisir ce qui est empirique. Tant que l'on ne tient compte que de la seule géométrie analytique, on ne peut atteindre le domaine de la réalité. Là, on s'est contenté de développer les points terminaux des coordonnées, de trouver le lieu géométrique des coordonnées, etc. Si l'on en reste aux constructions avec règle et compas*, on se retrouve parmi des lignes {courbes et droites}, mais il faut se servir d'une certaine représentation imagée. C'est ce qui

* Les notes prises par l'auditeur sont peu claires. Peut-être le texte disait-il: on n'a finalement trouvé que des lieux géométriques sous forme de coordonnées, etc.

rend la géométrie synthétique si bienfaisante : le fait de pouvoir sortir du formalisme et montrer comment on doit penser les mathématiques au sein de la nature[130].

Question sur la théorie de la relativité.

La discussion sur la théorie de la relativité[131] ne peut pas aboutir. Tant que l'on se place, en tant qu'observateur regardant le monde, au point de vue de l'espace à trois dimensions, il ne peut être question de réfuter la théorie de la relativité. Du point de vue de l'espace observable, il n'y a pas de réfutation de la théorie de la relativité. Car, pour l'observation, il est bien entendu sans importance que la sphère s'aplatisse ou que l'espace entier s'étende en direction de l'intérieur, dans la direction vers laquelle la sphère s'aplatit. Donc tant qu'on a affaire à ce qu'on observe dans l'espace à trois dimensions, la théorie de la relativité d'Einstein est absolument exacte. Et, du point de vue historique, la théorie d'Einstein est apparue au moment de l'évolution humaine, de l'évolution de la science, où l'on est arrivé à une pensée purement spatiale ; c'est-à-dire : on part de l'espace euclidien et, à partir de là, on continue la pensée au sens des espaces non-euclidiens, ou au sens de la théorie de la relativité. Donc il ne peut exister de réfutation de la théorie d'Einstein qui puisse être développée à l'intérieur de l'espace à trois dimensions.



Figure 67 a

La possibilité d'en discuter n'apparaît que lorsqu'on trouve le moyen de passer dans le monde éthérique. Quand vous passez du corps physique – ce corps spatial à trois dimensions – au corps éthérique, vous avez le corps éthérique qui n'est pas formé dans le sens centrifuge, mais dans le sens centripète. Vous vivez avec le corps éthérique dans tout l'espace, dans l'« espace-total ». Alors, si vous percevez par exemple l'éloignement entre le point *A* et le point *B*, si vous en faites vraiment l'expérience, vous percevez une fois telle distance entre *A* et *B* et l'autre fois telle autre distance[131a] (figure 67a). Si vous avez pris cela en vous, vous pouvez dire : au moment où je l'ai pris en moi, ce qui se passe une fois, ce qui se passe l'autre fois, il faut que soit le point *A*, soit le point *B* se soit déplacé de façon absolue ; mais pour cela, il faut que je me trouve dans la « globalité » de l'espace. C'est là seulement que commence la possibilité d'une discussion. C'est pour cette raison que je suis persuadé que toutes les discussions sur la théorie de la relativité qui se déroulent selon les concepts actuellement reconnus se termineront toujours de façon à ce qu'on puisse dire : d'où le savent-ils donc ? Par contre, au moment où l'on passe aussi à des choses où des absoluités entrent déjà en jeu, c'est-à-dire à un regard intérieur, la situation devient telle que l'on peut dire : c'est justement des choses telles que la théorie de la relativité qui montrent que nous en sommes arrivés à ce que Nietzsche appelait le « point de vue du spectateur ». Ce point de vue a été poussé jusqu'à sa plus ultime extrémité. Et pour celui qui prend ce point de vue, la théorie de la relativité est tout simplement valide. Dans cette situation, on ne peut rien objecter. Par contre, on peut la contrecarrer. À Stuttgart, un relativiste fanatique a expliqué aux gens qu'il était indifférent que je fasse un mouvement dans un sens ou dans l'autre. Si j'ai une boîte d'allumettes et une allumette, et si une fois je frotte l'allumette contre la boîte,

l'autre fois la boîte contre l'allumette, il est évident qu'alors la théorie de la relativité est juste. J'aurais seulement eu envie de lui dire: S'il vous plaît, clouez donc la boîte au mur, puis refaites l'expérience!

Ce raisonnement ne modifie en rien la validité de la théorie de la relativité. Il montre seulement comment, de même que l'on peut passer de l'espace à deux dimensions à la dimension de la profondeur, de même on peut passer partout dans le monde dans le spirituel, et alors la validité de la théorie de la relativité cesse, mais alors seulement. C'est pour cela que j'ai dit: Les discussions concernant la théorie de la relativité ont toujours tendance à se terminer dans le vide, pour la bonne raison, que du «point de vue du spectateur» il n'y a pas d'objection possible. On peut toujours trouver des arguments à opposer à d'autres arguments.

Tant que vous restez dans l'«univers du spectateur», vous êtes, en tant qu'observateur, toujours en dehors de l'observé, et vous devez faire une partition radicale entre le sujet et l'objet. Au moment où vous vous élevez à la connaissance supérieure, les notions de subjectivité et d'objectivité disparaissent. On peut encore dire autre chose. Il n'est seulement pas possible de tout dire pendant une telle séance de réponse aux questions. Mais je voudrais encore ajouter quelques mots, pour éveiller au moins certaines idées. Tant qu'on reste dans l'univers de l'observateur, le monde spatial, la théorie de la relativité, en tant que telle, ne peut être contredite. Dès qu'on sort de l'univers du spectateur on arrive dans des mondes où nous ne sommes plus seulement spectateurs, mais où nous participons, où nous ressentons par exemple de la douleur. Au moment où vous arrivez à trouver le passage de ce qui n'est que relation – qu'à l'intérieur d'un monde de relations il ne puisse y avoir qu'une théorie de la relativité est compréhensible – vers ce qui est substantiel, donc vers le ressentir intérieur, au

moment où vous ressentez par exemple de la douleur, disparaît la possibilité de spéculer si cela est relatif ou non. C'est pour cela que vous ne pouvez pas construire des contradictions et puis dire : s'il y a une contradiction, il n'y a pas de réalité. Dans la vie, les contradictions sont des réalités, car les entités du vivant appartiennent à des sphères qui ne sont pas séparées, qui confluent {et se superposent partiellement}. Au moment où vous atteignez la réalité, vous ne pouvez plus dire : si je constate une contradiction il me faut la résoudre. Si elle est réelle, je ne peux plus la résoudre ! Il s'agit donc effectivement du fait que dans le monde des relations, la théorie de la relativité devait évidemment apparaître. Et s'il s'agissait uniquement de maintenir le pur point de vue du spectateur, il n'y aurait rien à objecter à la théorie de la relativité. Mais dès que l'on entre dans la substantialité, la douleur et la joie, elle ne peut plus se maintenir.

Question: Que veut dire monsieur Steiner quand il qualifie le corps physique de corps dans l'espace et le corps éthérique de corps dans le temps ? Le corps physique vit pourtant, lui aussi, dans le temps puisqu'il croît et dépérit.

Oui, mais votre pensée est imprécise, si je puis dire. Pour en arriver à une pensée précise, il faudrait d'abord faire une analyse de la notion de temps. Songez que, dans la manière où se présente la réalité, le temps et l'espace sont mêlés. De telles choses ne peuvent être réellement pensées que si on sépare l'espace et le temps. Dans la connaissance objective habituelle, vous n'avez pas du tout le temps en tant que donnée. Vous mesurez le temps uniquement par des mesures d'espace, et les variations des mesures d'espace sont les moyens de reconnaissance pour ce qui est considéré comme étant le temps. Imaginez donc une autre

mesure du temps. Vous mesurez toujours le temps en vous servant de l'espace. Ce n'est plus le cas à l'instant où vous arrivez à réellement vivre le temps, ce que les gens font d'habitude inconsciemment. En réalité, le penser lui-même est élevé à la conscience par la conscience imaginative. Un vrai ressentir vivant du temps, vous l'avez en prenant votre vie de l'âme, par exemple le 12 avril 1922 à quatre heures, quatre minutes et tant et tant de secondes.

Si vous prenez votre vie de l'âme à cet instant, elle représente une coupe (de couper ; NDT) à travers le temps. Vous ne pouvez pas dire qu'il y a une coupe à travers l'espace au sein de cette coupe à travers le temps. Au sein de cette coupe à travers le temps se trouve en fait tout votre passé d'abord terrestre; et si vous voulez le dessiner schématiquement, si le cours de ce que vous ressentez va de *a* à *b*, vous devez tracer la coupe orthogonale de *A* à *B* (figure 67b).

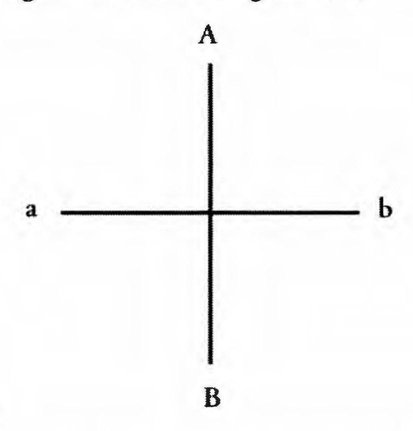


Figure 67 b

Vous ne pouvez faire autrement que de placer tout ce que vous ressentez dans cette coupe. Et, malgré tout, il s'y trouve une perspective. Vous pouvez dire que des événements plus éloignés dans le temps se présentent avec une intensité moindre que les plus proches. Mais tout cela agit à l'intérieur de la même coupe. De telle manière que vous

trouvez d'autres relations quand vous analysez vraiment le temps. Nous ne pouvons réellement élever le temps au niveau du représentable que si nous le réfléchissons sur notre vie psychique, au lieu de prendre l'analyse selon les modes de connaissance de l'espace auxquels nous sommes habitués par la physique. Mais avec votre vie psychique, vous êtes plongés dans votre corps de temps, même si vous n'avez que des pensées abstraites. C'est ce qui est important: que l'on puisse vraiment interpréter et comprendre ce corps de temps comme un organisme. Quand vous ressentez une indisposition quelconque, disons un trouble de la digestion, dans l'estomac, vous pouvez dans certaines circonstances constater que d'autres domaines de votre organisme spatial en souffrent également. L'organisme spatial est tel que les différentes parties ne sont pas indépendantes.

Dans l'organisme temporel la situation est telle que ce qui est antérieur et ce qui est postérieur sont organiquement liés. Je le présente quelquefois de la manière suivante: supposons que nous ayons quelqu'un de très âgé. Nous constatons que ce qu'il dit à des enfants n'a pas de répercussion, que ses mots ne disent rien aux enfants. Et nous trouvons un autre vieillard. Quand il parle aux enfants, c'est tout à fait différent. Si vous étudiez d'où vient cet effet bienfaisant que l'homme ou la femme exerce sur les enfants – ce sont des choses que l'on n'étudie pas en général car on porte rarement son regard sur l'être humain dans sa totalité; on ne le garde pas assez longtemps posé avec attention pour le remarquer – il faut quelquefois retourner jusqu'à la prime enfance. De nos jours, on n'étend pas son attention aussi loin. L'anthroposophie doit le faire. Si vous retournez en arrière, vous découvrirez que celui qui peut bénir dans sa vieillesse, celui qui a dans l'âge cette curieuse force spirituelle qui fait que ses paroles

se déversent dans les jeunes gens comme une bénédiction, celui-là a appris à prier dans sa jeunesse. Je l'exprime sous forme d'une image en disant que des mains jointes dans l'enfance donnent des mains bénissantes à la vieillesse[132].

Dans ce cas, nous avons une relation entre ce qui, chez les personnes âgées, agit en influençant d'autres personnes, et ce qui existait chez elles dans la prime jeunesse, disons sous forme de sentiments pieux et de choses analogues. Il y a là une relation organique entre ce qui est passé et ce qui vient plus tard. Et c'est seulement quand on connaît l'homme dans sa totalité que l'on voit qu'il existe une infinité de telles correspondances. Nous sommes de nos jours placés avec toute notre vie hors de la réalité. Nous croyons être gonflés de réalité, mais dans notre culture nous sommes de vrais abstractionnistes. Nous négligeons par exemple de tels faits. Nous ne faisons pas attention au fait que lorsque nous enseignons quelque chose aux enfants, il nous faut, surtout à l'âge de l'école primaire, éviter de leur apporter des concepts durement ciselés. Ils ont vraiment pour plus tard un effet comparable à ce qui se passerait si on ficelait les membres et les empêchait de grandir. Ce que nous transmettons à l'enfant doit être un organisme qui reste mobile et malléable. Vous commencez là à vous approcher de la notion de ce que j'appelle un organisme. Ce n'est bien sûr entièrement possible qu'avec la faculté de l'imagination, avec la conscience imaginative. Mais on arrive malgré tout à une représentation d'un organisme si pour nous il devient clair que ce qui chez l'homme se déroule dans le temps ne concerne pas l'organisme dans l'espace mais uniquement l'organisme dans le temps.

Vous voyez maintenant que, à l'intérieur du temps, se trouve une réalité. Vous pouvez trouver cela à partir des mathématiques. Il y eut une fois une très jolie discussion. Je crois que c'était Ostwald[133] – donc un homme qui n'adhère

pas aux idées de la science de l'esprit, mais qui n'est pas matérialiste – qui a rendu attentif au fait que les processus organiques qui se déroulent dans le temps ne sont pas réversibles comme le sont les processus mécaniques. Mais la situation est telle qu'avec les moyens de calcul habituels on n'arrive pas du tout à accéder aux processus concernant le temps. Avec les calculs habituels vous restez au fond toujours en dehors des processus du temps. Si, dans une formule concernant une éclipse de lune vous remplacez une variable par sa valeur opposée négative, vous obtenez des choses concernant un passé plus lointain, mais vous ne vous déplacez pas avec ces choses. Vous ne vous éloignez que dans le cadre des dimensions de l'espace. Et c'est ainsi que l'on n'arrive à un concept correct de ce qu'est en réalité le corps physique humain que si l'on sait séparer ce qui est spatial de ce qui se déroule dans le temps. Cela a une signification fondamentale chez l'homme, parce qu'on n'arrive à aucune compréhension du tout si on ignore que tout ce qui se déroule chez lui dans le temps se comporte comme une entité en tant que telle, et que ce qui est spatial est dominé par le temporel en tant qu'impulsion dynamique; alors que, dans le cas d'une machine, ce qui se déroule dans le temps n'est qu'une fonction de ce qui agit dans l'espace. C'est cela la différence. Dans le cas de l'homme, ce qui a affaire avec le temps est quelque chose de réel; dans le cas de la machine, ce qui se déroule dans le temps n'est qu'une fonction de l'espace. C'est finalement ce qu'on peut en dire.

Question: Einstein dit que le spatio-temporel est à quatre dimensions. Si j'ai bien compris monsieur Steiner, il dit que l'espace à quatre dimensions en devient un à deux du fait que la quatrième devient une troisième négative. Doit-on comprendre qu'il existe un lien entre le monde de l'imagination et le *continuum* d'Einstein? Si je

raisonne à la manière de la science extérieure, il me faut dire qu'un tel espace est un plan, et alors l'espace à quatre dimensions serait un plan précis disposé dans l'espace à trois dimensions ; un plan qui ne serait pas forcément au repos, immobile, mais dont la position pourrait être déterminée à tout moment. Ce n'est probablement pas pensé de manière anthroposophique, mais j'aimerais bien savoir ce que l'anthroposophie en dit.

Ce que celui qui a posé la question a dit est pensé de manière tout à fait anthroposophique, à quelques détails près. Je voudrais en dire ce qui suit : il est tout à fait exact que si on veut réellement, donc de manière qui n'est pas abstraite, passer de l'espace à trois dimensions à celui à quatre, il faut doter cette quatrième dimension d'un signe négatif, c'est-à-dire que le passage à la quatrième détruit la troisième, la supprime tout simplement* comme une dette supprime ce que nous possédons. On ne peut l'imaginer autrement. C'est seulement quand on poursuit dans l'abstraction que l'on peut continuer indéfiniment en rajoutant et surajoutant des dimensions. Mais c'est une façon abstraite de continuer le travail, ce n'est pas considérer les faits. Si l'on pénètre dans le monde de l'imagination, on a effectivement à faire avec un monde-plan, dans la mesure où il est encore possible de se servir d'expressions tirées de la géométrie. On a affaire au monde du plan-dans-le-temps. Il a la particularité qu'alors cesse la possibilité de le remettre en correspondance avec l'espace des trois dimensions. C'est difficile à se représenter, mais vous avez déjà une analogie dans la géométrie synthétique. Cette dernière est obligée de penser la fermeture de l'espace à trois dimensions sous la forme d'une surface, non pas sous la forme d'une sphère, mais sous la forme d'un plan. La géométrie admet que la

* La réponse à des questions du 29.12.1922 (voir page 246) apporte une nuance importante à ce sujet.

frontière de l'espace à trois dimensions est un plan. Au moins pour la frontière de l'espace à trois dimensions, vous en arrivez à un plan. Il en va de même pour le plan, dont la fermeture n'est pas un cercle mais une droite. Et la droite que vous trouvez n'est pas un segment à deux extrémités, mais elle n'en a qu'une seule[134]. Vous en arrivez à la nécessité de ne pouvoir recouvrir totalement la pensée avec une représentation, bien qu'il soit tout à fait conséquent de parler d'un plan comme fermeture de l'espace à trois dimensions et non d'une sphère, de parler d'une droite et non d'un cercle pour la fermeture du plan, et enfin de parler d'un point à l'infini pour fermer une droite. Ce sont des représentations réelles pour la géométrie synthétique. Cela intervient dans ce que l'on peut appeler le monde de l'imagination. Mais quand on dit que le monde imaginatif se trouve dans un plan, on ne se trouve pas dans la situation où l'on peut refaire des correspondances entre ce plan et l'espace à trois dimensions et ses coordonnées, car il a été «élevé» entièrement hors des trois dimensions, et il se trouve aussi bien n'importe où que partout. C'est difficile à se représenter parce qu'on a l'habitude de se représenter les choses dans l'espace à trois dimensions. Mais le monde de l'imagination ne se trouve pas au sein de l'espace à trois dimensions. C'est pour cela également que les définitions de l'espace à trois dimensions ne peuvent plus s'appliquer. Nous n'avons qu'une analogie pour le monde imaginatif, analogie que l'on retrouve dans l'art, plus particulièrement quand nous exerçons la peinture à partir de la couleur. Si nous le faisons, nous travaillons sur la surface, sur le plan et même si nous travaillons sur une surface gauche, sa courbure n'a au fond rien à faire avec la peinture, mais a de tout autres causes. Nous travaillons dans le plan, et nous n'y avons pas seulement la possibilité de la perspective

du dessin – la perspective n'apparaît que très tard dans la peinture, comme vous le savez peut-être: il y a seulement quelques siècles[135]. Peindre avec la perspective est quelque chose de nouveau; c'est une représentation de l'espace. Mais pour la couleur, nous avons une perspective interne[136]. À Dornach on a peint selon ces principes. De ce que l'on ressent, non de la pensée, mais directement de la couleur, il découle que lorsque le jaune apparaît, cela vient vers nous, et cette action devient si nette que nous commençons à ressentir le jaune comme agressif. Par contre, si on peint du bleu, cela s'éloigne de nous. Cela se trouve pourtant sur la même surface. Vous avez donc la possibilité, bien que n'ayant à votre disposition que l'extension dans les deux dimensions, d'exprimer la même chose que ce qui ne se laisse autrement exprimer que dans les trois dimensions. C'est ce que je voudrais dire à titre d'illustration seulement, car le monde de l'imagination est tout de même autre chose que le monde de la peinture.

Bien que cela ait été pensé de manière très anthroposophique, on ne peut pas dire sans plus qu'il y aurait une relation avec le *continuum* d'Einstein. Le *continuum* d'Einstein n'est pas basé sur l'observation mais sur l'abstraction. C'est une analogie avec les trois autres dimensions faite de manière telle qu'on ne peut pas l'accepter quand on préfère passer de la connaissance objective se déroulant dans l'espace à trois dimensions vers la connaissance suprasensible réelle, donnée en premier lieu par l'imagination. Car cette imagination, si elle doit être exprimée dans l'espace, ne peut l'être qu'en faisant disparaître la troisième par sa négation. Dans la réalité, cela se passe ainsi – je vais dire quelque chose qui paraîtra très osé, mais c'est le résultat de l'expérience –: quand vous vous déplacez dans le monde des objets avec une raison saine, vous n'avez une orientation que si vous êtes orientés

par rapport aux trois dimensions. Vous avez la première dimension qui se trouve dans votre station debout, la deuxième dans le gauche-droite, la troisième que vous ressentez en visant. Vous ne vivez pas du tout dans ces trois dimensions quand vous êtes dans le monde des imaginations. Là vous vivez vous-mêmes dans les deux dimensions. Si je voulais localiser, il me faudrait faire une coupe verticalement à travers l'homme. Là, dans l'imagination, on ne peut parler que du haut-et-bas, gauche-et-droite, en tant que dimensions. Mais vous les transportez avec vous quand vous vous déplacez. Ainsi je ne peux pas dire que je peux me référer à un système de coordonnées dans cet espace. Je ne puis pas les définir par rapport à la géométrie euclidienne. Mais quand on l'observe, cela devient une réalité. Quand on parle du monde de l'imagination, cela n'a pas de sens de parler de trois dimensions, mais il doit être clair qu'on a affaire à un « ressentir de la bidimensionnalité », et la bidimensionnalité ne peut être ressentie dans le monde du concret. Dans le monde de l'imagination, deux dimensions deviennent réalité. Dans le monde des inspirations, il n'y a plus qu'une dimension. Toutes les inspirations se meuvent dans la verticale. L'intuition est ponctiforme*, mais là aussi on ne peut mettre cela en relation avec un système de coordonnées. Là, je ne dois pas retourner dans l'espace euclidien.

* Elle a une forme « assimilable » à un point.

Dornach, 29 décembre 1922

Vous avez pu déduire de ma conférence que l'on doit faire une distinction entre l'espace tactile et l'espace visuel. Cette différenciation entre espace visuel et espace tactile nous incite à ne pas en rester à la considération de ce qui est corporel d'un côté, et de ce qui est mathématique de l'autre. Comme vous avez pu le déduire de mes conférences[137], il en est bien ainsi que les mathématiques sont un produit de l'esprit humain, ou plus généralement de l'homme, et que plus vous pénétrez dans ces domaines qui ne sont que mathématiques, au sens étroit du mot, moins vous parvenez à saisir la réalité: c'est pour cela que vous voyez aussi ces difficultés qui apparaissent continuellement quand, dans les temps modernes, on veut saisir la réalité avec ce qui n'est que mathématique.

En géométrie projective, vous voyez par exemple le passage de la sphère infinie au plan, et vous arriverez à peine, ou en tout cas difficilement, à faire le lien entre ce qui est la pierre angulaire de la géométrie projective et les représentations ordinaires de la réalité issues du comportement empirique qu'a l'homme vis-à-vis du monde[138]. La tâche à accomplir par ceux qui ont la culture nécessaire pour le faire – et il n'y en a pas peu –, la tâche à laquelle il faudrait travailler de façon intensive c'est, à partir des relations mathématiques, d'essayer de saisir la réalité[139] et cela plus précisément dans des domaines concrets. Je voudrais vous donner une indication sous forme d'allusion en présentant un problème concret. La résolution n'est possible que si les mathématiciens se retroussent les manches. Les données du problème sont les suivantes.

Essayez donc de traiter ce qui a été développé ici comme étant l'espace tactile, de manière à devoir introduire dans les relations de pesanteur tout ce que l'on ressent en se servant du sens du toucher pour ce qui concerne ce que l'homme vit sur terre – et c'est bien ce à quoi on a à faire –, de manière à y introduire tout ce que vous ressentez, donc y compris la notion de dimension qui s'y trouve cachée. L'être humain se trouve plongé dans le champ de la gravitation, et vous obtenez alors la possibilité, à partir des différentes directions périphériques que vous pouvez alors admettre avec un sens centripète, de former des équations différentielles qui doivent alors être traitées, dans l'espace tactile, comme on traite en géométrie analytique [et en mécanique analytique] les équations pour les mouvements «forcés» *[140]. Vous aurez alors la possibilité d'intégrer ces équations, et vous obtiendrez donc ainsi des intégrales particulières pour ce que l'on peut vivre dans l'espace tactile. Vous aurez des intégrales bien déterminées**, alors qu'avec les différentielles vous quittez toujours la réalité; car avec les différentielles vous vous éloignez toujours de la réalité

Quand vous intégrez ces différentielles vous obtenez les schémas dont j'ai parlé à côté, dans le bâtiment[141]. Si vous voulez saisir la réalité avec ces intégrales, il vous faut procéder comme je vous l'ai indiqué [lors de la conférence]. Il faut que vous vous mouviez à l'intérieur du domaine du vrai toucher avec les équations intégrales, et vous y trouverez que: si vous appelez x la variable dans cette équation vous devrez lui donner un signe, par exemple un +. Alors vous obtenez la possibilité d'établir des intégrales applicables aux

* Ce mot pose un problème. Littéralement «sans degré de liberté». La lecture de la note 140 de Ziegler est indispensable.
** D'après le contexte, il doit s'agir d'intégrales particulières et non pas d'intégrales «définies».

événements que l'on vit dans l'espace tactile. Je la désignerai schématiquement ainsi :

$$\int f(x)\, dy \,.\ ^{*}$$

Nous obtiendrions des intégrales pour ressentir ce que l'on vit dans l'espace tactile.

Tournons-nous maintenant vers l'espace visuel, et appliquons la même méthode. Nous établissons de nouveau des équations différentielles, et nous les traitons de nouveau comme on le fait en géométrie analytique [et mécanique analytique] d'après le principe des mouvements « forcés » ; on verra qu'en intégrant on trouve des intégrales proches mais aussi que, si j'ai tenu compte du fait que j'ai muni auparavant la variable x du signe +, il me faudra prendre ici le signe − ; il me faudra penser cet x négativement. Et en traitant l'intégration ainsi je trouve effectivement – il faudrait certes l'effectuer jusque dans les moindres détails – un résultat qui me donne une autre intégrale :

$$\int f(x)\, dy \,.$$

Mais si vous les soustrayez l'une de l'autre, le résultat sera approximativement nul. Elles s'annulent l'une l'autre [approximativement]. Donc si j'intègre pour l'espace visuel j'obtiens des intégrales qui annulent celles de l'espace tactile. Et les intégrales de l'espace tactile me rappelleront toutes les formules dont j'ai besoin pour la géométrie analytique, et en fait pour tout ce qui est mécanique, mais en plus explicites ; la différence étant qu'il faut alors faire intervenir la gravitation.

* Ici il ne faut pas simplement considérer le résultat du calcul de l'intégrale. Elle doit être considérée en tant que processus comme je l'ai également vu faire à l'université de Strasbourg au début des années 50 (dans un cours d'optique justement).

Si je considère de façon vraiment mathématique ce qui est spatial dans l'espace visuel, j'obtiens des intégrales pour l'espace visuel qui me paraissent très utilisables. Car c'est un fait que, en partant de ce qui est trivial, on fait des constructions concernant la vue, la façon de voir, sans s'occuper du fait que si l'on considère l'espace visuel, il faut tenir compte du « mouvement forcé » vertical, du fait que la vision est toujours « forcée » dans la direction opposée à la gravitation[142].

Si l'on considère tout cela, j'ai d'une part la possibilité d'appliquer les intégrales à la mécanique, et d'autre part la possibilité d'appliquer les intégrales à l'optique. Nous obtenons ainsi la mécanique et l'optique à travers des intégrales utilisables, capables de saisir la réalité.

Remarquons maintenant qu'il n'est pas tout à fait exact de dire que la différence des intégrales est nulle. On obtient en réalité quelque chose de la nature d'une différentielle. Je ne devrais donc pas écrire 0 mais :

$$dx = \int_{+} - \int_{-}$$

et si je me donne la possibilité d'obtenir des équations différentielles correspondant à ce *dx*, je verrai qu'en recherchant de telles intégrales, en formant de telles différences, et en répétant le processus, si ce *dx* ici est pris positif, ce *dx* là négatif, il me faut prendre ce dernier *dx* comme étant imaginaire[143].

Mais si maintenant je considère l'équation différentielle ainsi obtenue et si je l'intègre, je serai surpris du résultat. Vous en ferez l'expérience si vous résolvez le problème correctement. Vous obtiendrez alors les équations de l'acoustique et, à travers elles, l'acoustique. Grâce aux mathématiques, vous avez saisi quelque chose d'intrinsèquement vrai. Vous

aurez appris qu'il faut écrire la mécanique verticalement vers le bas, la vision, le processus, de «voir» verticalement vers le haut – la lumière est de la gravitation négative, de l'antigravitation – tout comme il faut «entendre» horizontalement en réalité. Et du fait que vous ferez ces considérations, vous n'aurez plus ce fossé qui sépare d'un côté les mathématiques et de l'autre la physique – à travers les équations de Lagrange[144] – et vous verrez que l'on peut produire dans le domaine physico-mathématique un travail aussi fructueux que ce que je vous ai indiqué dans le domaine philogénétique[145].

C'est dans cette direction, mais par un authentique travail, en ne se limitant pas à une simple observation contemplative, que se trouve ce qu'il faut développer entre la science d'aujourd'hui et l'anthroposophie. Il sera nécessaire de montrer qu'en faisant des calculs on se trouve dans une réalité tout à fait concrète.

NOTES

À propos de cette édition

Des réflexions mathématiques concernant les espaces à *n* dimensions (à un nombre élevé de dimensions) existent depuis le milieu du XVIIIe siècle. Leur existence n'entra dans la conscience d'un public plus vaste que quand on lia les expériences spirites à la question de l'existence d'un espace à 4 dimensions. Des introductions simples à la géométrie des structures quadridimensionnelles, en partie présentées sous forme de romans, permirent à ces problèmes d'être connus d'un plus grand nombre de gens.

La première partie de ce livre présente un ensemble de conférences de Rudolf Steiner concernant le problème, très discuté à l'époque dans les milieux cultivés, de l'existence réelle d'une quatrième dimension. Ce problème préoccupa des milieux théosophes dès les années quatre-vingt et quatre-vingt-dix du XIXe siècle en liaison avec des comptes rendus d'expériences spirites faites en partie par des scientifiques renommés (Zölner entre autres) à travers des médiums plus ou moins sérieux. Steiner ne parle pas ici de cette composante spirite, mais développe la question des espaces à quatre dimensions et plus à partie de points de vue fondamentaux.

Une partie importante développe les formes des « corps » de la géométrie à quatre dimensions. Cela sert en première ligne à l'éducation préparatoire à la connaissance spirituelle. La question de savoir si la formation des concepts en question correspond ou non à la réalité ne peut être résolue de manière décisive que par les méthodes de la science de l'esprit. Steiner montre comment, de ce point de vue, il faut imaginer les quatrième, cinquième, sixième dimensions et leurs projections dans* le plan physique.

On ne connaît pas les circonstances exactes qui sont à l'origine des conférences réunies dans la première moitié de ce livre. Mais on peut admettre que des gens de milieux théosophiques aient demandé à Rudolf Steiner de prendre position sur la question de la quatrième dimension. Les conférences qui furent alors tenues ne s'adressaient pas à un public spécialisé scientifique ou ayant une formation mathématique, mais néanmoins intéressé.

Dans la deuxième partie, un peu plus importante, sont réunies des questions-réponses qui tournent autour des relations avec la réalité spirituelle d'images de concepts et de représentations mathématiques. En plus des problèmes des dimensions de l'espace, on y trouve comme thèmes importants la géométrie projective (en particulier le passage à la limite du cercle à la droite

---

* Pour le mathématicien « dans » et « sur » n'ont pas le même sens.

projective, la vitesse de la lumière, la géométrie fluante entre image et original, les nombres positifs et négatifs, les nombres complexes et hypercomplexes, la troisième loi de Copernic, et surtout la théorie de la relativité d'Einstein.

Lors des réponses à des questions des années vingt, la situation concernant le problème de l'existence d'espaces à quatre dimensions s'était modifiée du fait qu'entre temps certains concepts de géométrie à quatre dimensions avaient trouvé une interprétation physique «sérieuse» à travers la façon géométrique d'interpréter la théorie de la gravitation et de la relativité d'Einstein (le *continuum* espace-temps). Et surtout Rudolf Steiner pouvait maintenant traiter ce problème devant un public au moins en partie scientifique. Il ressort néanmoins de sa présentation que les points de vue de la science de l'esprit concernant le problème des dimensions sont, pour l'essentiel, restés les mêmes.

Les conférences et questions-réponses sont d'un intérêt à la fois pour l'anthroposophie générale et pour les spécialités scientifiques; car Rudolf Steiner rend attentif de façon élémentaire à des relations beaucoup plus profondes. Elles contiennent en particulier des incitations à un travail de recherche pour des gens de mentalité scientifique.

En ce qui concerne les espaces à un nombre élevé de dimensions et les sujets proches, on pourra consulter les articles et le matériel issus des archives de la *Rudolf Steiner Nachlassverwaltung* réunis et commentés par l'éditeur de ce volume et publiés dans les *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe* n° 114-115, «Rudolf Steiner et l'espace à *n* dimensions», Dornach 1995.

Origine des textes

Les textes réunis ici, tant ceux des conférences que ceux des questions-réponses n'ont pas été notés «à la lettre» par les auditeurs. Les notes conservées émanent de différents participants. Ce sont soit de simples résumés, soit des comptes rendus plus ou moins fragmentaires. Des sténogrammes originaux n'existent que pour les rares notes de Franz Seiler ainsi que pour les conférences que Helene Finckh a prises en note.

Les textes sont d'inégales qualités. On a essayé d'en faire un texte bien lisible. Il était nécessaire d'intervenir dans la grammaire et l'ordre des mots. Ces modifications n'ont pas été systématiquement signalées, car il ne s'agit pas, de toute façon du texte original authentique de Rudolf Steiner. Seuls les liens sémantiques n'ont pas été modifiés. Dans le texte ainsi travaillé on trouvera:

[ ]	Compléments de l'éditeur
{ }	Compléments du traducteur
[...]	Lacunes faites par l'éditeur
(...)	Lacunes dans le texte
(... dessin)	Dessin absent
(figure n)	Figure présente sous le numéro n
[1]	Note de l'édition originale

Abbott [1884]	Nom d'une personne suivi d'une date. Ouvrage de cet auteur: voir bibliographie

Les notes ont été prises par les personnalités suivantes:

Conférences

Berlin	24 mai	1905	Marie von Sivers (Steiner) Berta Lehmann (Reebstein)
Berlin	31 mars	1905	Marie von Sivers Berta Lehmann (Reebstein)
Berlin	17 mai	1905	Walter Vegelahn Franz Seiler Berta Lehmann
Berlin	24 mai	1905	Walter Vegelahn Franz Seiler Berta Lehmann
Berlin	31 mai	1905	Walter Vegelahn Franz Seiler Berta Lehmann
Berlin	7 juin	1905	Walter Vegelahn Franz Seiler Berta Lehmann
Berlin	7 nov.	1905	Marie von Sivers
Berlin	22 oct.	1908	Clara Michels

Questions-réponses

Berlin	1 nov.	1904	Franz Seiler
Stuttgart	2 sept.	1906	Alice Kinkell
Nuremberg	28 juin	1908	Camila Wandrey
Dornach	30 mars	1920	Helene Finckh
Dornach	31 mars	1920	Helene Finckh
Dornach	7 avril	1921	Helene Finckh
Dornach	26 août	1921	Helene Finckh
La Haye	12 avril	1921	Hedda Hummel

L'origine des autres notes est inconnue

Dessins: ne sont conservés que ceux qui accompagnaient les notes. L'exécution des dessins de ce livre est de Renatus Ziegler.

Les titres des conférences ont été pris dans les notes.

Le titre de ce livre vient de l'éditeur.

NOTES
CONCERNANT LES CONFÉRENCES

Berlin, 24 mars 1905

1 János Bolyai (1802-1860), mathématicien hongrois. S'occupe du problème des parallèles et, avec Carl Friedrich Gauss et Nicolaï Ivanovitch Lobatchevsky (1792-1856), fait partie de ceux qui découvrirent la géométrie non-euclidienne hyperbolique. Son ouvrage la concernant – son unique publication – est paru en 1832 comme appendice d'un cours de mathématiques de la plume de son père Farkas Bolyai (1775-1856). Pour les deux Bolyai: voir Stäckel [1913].

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Mathématicien et physicien à Göttingen. S'occupa très tôt du problème des parallèles et trouva, pour lui-même, qu'une géométrie non-euclidienne devait exister. Mais n'en a rien publié de son vivant. Voir à ce sujet Reichardt [1976].

Bernhard Riemann (1826-1866), Mathématicien à Göttingen. Fut le premier à découvrir la géométrie non-euclidienne elliptique. Son discours d'habilitation «*Sur les hypothèses qui sont à la base de la géométrie*» [1867] qui contient entre autres les données de base pour élargir la géométrie différentielle pour des notions de mesure généralisées, ainsi que la théorie des variétés *n*-dimensionnelles (espaces à *n* dimensions), impulse la recherche sur les espaces de dimensions supérieures de façon décisive. Riemann fut le premier à faire la distinction entre les notions de «non-borné» et «d'infini» d'un espace. L'une est expression de la notion d'extension de l'espace, c'est-à-dire de la structure générale de l'espace (topologie), l'autre une conséquence des relations entre mesures (la métrique). Cette distinction conduisit à une séparation claire entre les notions de géométrie différentielle et de topologie. Voir à ce sujet Scholz [1980].

2 Emmanuel Kant y rend déjà attentif au § 13 de *Prolegomena* [1783]. «Qu'est ce qui peut ressembler plus à ma main ou à mon oreille et lui être en tout point plus identique que son image dans le miroir? Et pourtant je ne puis pas la mettre à la place de l'original car, s'il s'agit d'une main gauche, celle du miroir est une main droite, et l'image de l'oreille droite est une oreille gauche qui ne pourra jamais se mettre à sa place pour la remplacer. Ici il n'y a pas de différences intérieures qu'un

quelconque esprit ne pourrait que penser, et pourtant les différences sont internes dans la mesure où l'enseignent les sens, car la main gauche, malgré toutes les ressemblances et analogies ne peut pas être enfermée dans les mêmes limites (elles ne peuvent pas congruer : le gant de la main gauche ne peut servir à la main droite» (cf. aussi Kant §§ 9 à 11 de *lebendige Kräfte* «forces vivantes» [1746], et *Gegenden im Raume* «domaines dans l'espace» [1768]). Kant considérait ce fait comme la preuve que l'homme ne pouvait comprendre que des perceptions sensibles, c'est-à-dire des apparences des choses et non les choses telles qu'elles sont en elles-mêmes. Pour une analyse de la façon de voir kantienne concernant le problème des dimensions cf. Zöllner §§ 220 à 227 de *Wirkungen in die Ferne* (Actions à distance) [1878].

3 Des figures obtenues par symétrie par rapport à un axe du plan peuvent être amenées l'une sur l'autre (de manière continue) par une rotation dans l'espace autour de l'axe de symétrie. Soit *F* une figure du plan et *F'* sa symétrique par rapport à l'axe *a*, alors *F* est transformée en *F'* par une rotation de l'espace autour de *a*. La figure 68 nous donne quelques étapes de cette transformation en projection orthogonale sur le plan. Interprétée en figure plane, c'est une affinité plane d'axe *a*. (En géométrie projective c'est une perspectivité d'axe *a*, de centre *A*, où *A* est sur la droite à l'infini du plan).

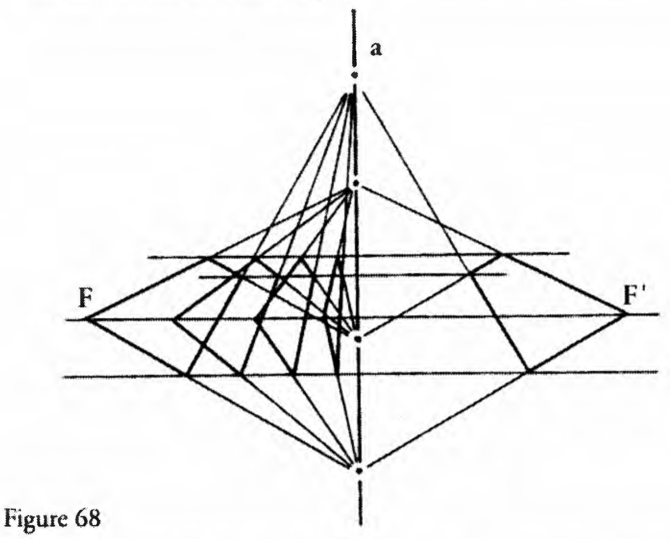


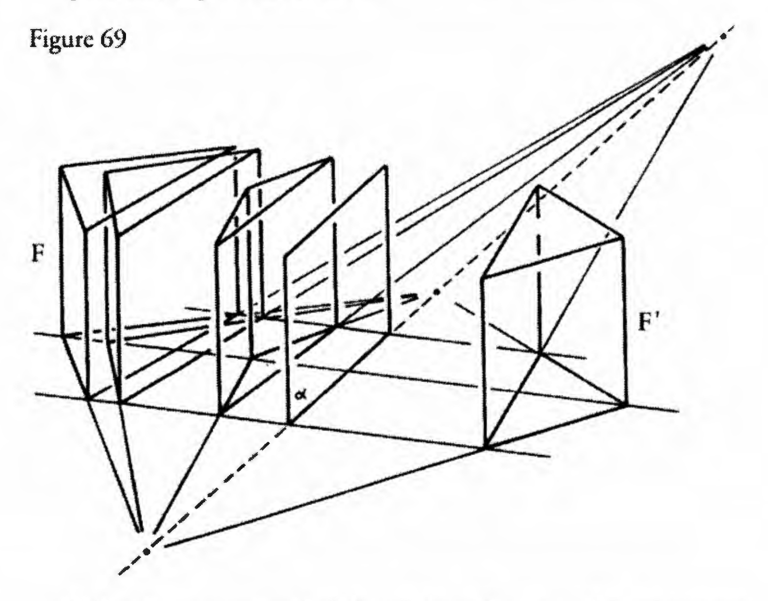
Figure 68

La projection sur le plan de la figure de l'espace en rotation traverse l'axe *a* et semble perdre une dimension lors de ce passage, car à ce moment la figure devient parallèle à l'axe de protection. On remarquera

que les frontières de *F* et de *F'* ne peuvent être mises en coïncidence par un déplacement dans le plan que si on décompose cette projection en segments que l'on fait tourner isolément autour des points sur l'axe *a* leur correspondant.

De manière analogue, deux corps géométriques *F* et *F'* à 3 dimensions, symétriques par rapport à un plan *a*, peuvent être mis en coïncidence par une affinité orthogonale continue de plan *a* (fig. 69). Cette affinité peut être considérée comme étant la projection orthogonale d'une rotation euclidienne quadridimensionnelle autour du plan *a* dans l'espace à trois dimensions. Lors de cette projection, l'objet tridimensionnel *F* traverse le plan bidimensionnel et semble perdre une dimension pendant l'étape de la traversée.

Figure 69



Si l'on décompose la surface de *F* en des surfaces partielles, ces sous-surfaces peuvent, par des rotations adéquates, être amenées sur celles de *F'*.

August Ferdinand Möbius (1790-1868) semble avoir été le premier mathématicien à penser à la possibilité d'existence des espaces à quatre dimensions, à cause de cette analogie entre les symétries planes et celles de l'espace, où des corps symétriques par rapport à un plan peuvent être transformés l'un dans l'autre de manière continue. (cf. : Möbius, *Baryzentrischer Calcul* [1827] § 140, note). Mais il rejeta cette idée comme étant impensable et ne la développa pas plus loin.

4 La présence de deux yeux permet la perception de la profondeur; voyez à ce sujet la réponse de Rudolf Steiner à une question le 11 mars 1920 (dans ce tome: Question de A. Strakosch). En ce qui concerne l'importance d'une activité propre pour la perception de la dimension-profondeur, voir R.Q. du 07.04.1921 (GA 76); voir aussi note 17.

5 (Johann Karl) Friedrich Zöllner (1834-1882), astrophysicien à Leipzig. Est considéré comme un des fondateurs de l'astrophysique; des contributions fondamentales expérimentales et théoriques à la photométrie et la spectroscopie. Sa théorie sur la structure des comètes indiqua la direction pour tous les travaux ultérieurs. Son livre *Über die Natur der Kometen; Beiträge zur Geschichte der Erkenntnis* («De la nature des comètes; contributions à l'histoire de la connaissance») contient, comme presque tous ses écrits, des développements philosophiques et historiques et des discussions polémiques avec la science de son temps. En relation avec ses études sur «les principes d'une théorie électrodynamique de la matière» [1875], «Les actions à distance» [1878a], et «La nature des comètes» [1886], Zöllner s'intéresse aux études récentes concernant les géométries non-euclidiennes et les géométries d'espaces de dimensions supérieures. Il soupçonne dès les années 70 que la compréhension de certains phénomènes physiques nécessite l'usage d'un espace-courbe ou d'une 4[e] dimension. Vers 1875, il commence en plus à s'intéresser au spiritisme, incité par les recherches du chimiste et physicien William Crookes (1832 à 1919). Zöllner développe l'idée que l'existence des phénomènes spirites peut être expliquée en supposant l'existence d'une 4[e] dimension; il pense même que l'existence des premiers prouve la réalité (et non la simple pensabilité) de cette dernière. (Zöllner [1878a]). Peu après, Zöllner commence ses propres expériences spirites (voir à ce sujet [1878b] pages 273 *sqq.* et [1878c] page 330 *sqq.* et surtout [1878d]).
Pour avoir une vue d'ensemble des expériences spirites de Zöllner voir Luttengerger [1977]; pour une analyse de l'époque concernant Zöllner voir par exemple Simonyi: *Spiritistische Manifestationen* (Manifestations spirites) [1884], sur le spiritisme en général: Hartmann: *Geisterhypothese* («Hypothèse concernant les esprits») [1891] et *Spiritismus* («Spiritisme») [1898]; en ce qui concerne l'histoire du spiritisme voir Rudolf Steiner: 1[er] février et 30 mai 1904 (GA 52), les conférences du 10 au 25 octobre 1915 (GA 254). Zöllner se représentait les *Dinge an sich* (choses en soi) de Kant comme des objets réels quadridimensionnels qui se projettent en tant que corps tridimensionnels dans notre espace des perceptions. Il trouvait des arguments pour ce point de vue dans l'existence de corps «en symétrie-miroir» (symétrie par rapport à un plan) qui sont mathématiquement congruents mais ne peuvent être transformés l'un en l'autre par une transformation continue (voir: note 3). En fait, l'espace dans

lequel le monde visible se laisse expliquer sans contradiction doit posséder au moins 4 dimensions, « car sans cette supposition l'existence de corps symétriques ne peut jamais être ramenée à une loi »... (Zöllner [1878a] p. 248). Zöllner pourrait prendre Kant comme précurseur de son point de vue (voir note 2).
Dans la dernière publication citée, Zöllner indique quelques particularités lors du passage de trois à quatre dimensions, qu'il place à la base de ses réflexions théoriques comme de ses expériences spirites. Il commence par une discussion sur les nœuds de l'espace à trois dimensions et rend attentif au fait que ceux-ci ne peuvent être dénoués que si des parties du fil disparaissent transitoirement de l'espace à trois dimensions pour des êtres de cette dimensionnalité (voir note 15). Il en serait de même si un corps était enlevé d'un espace entièrement fermé dans les trois dimensions grâce à un mouvement à travers la quatrième dimension, et transporté à l'extérieur de cet espace matériellement fermé. La loi sur l'impossibilité des corps de se traverser semble donc pouvoir être violée, et ceci d'une manière analogue à celle grâce à laquelle un objet, enfermé dans des frontières du plan, peut être soulevé au-dessus de ces frontières sans les toucher (Zöllner [1878a]) p. 276]. Voir la note 6.

6 En chaque point d'une surface (à deux dimensions), on peut placer une normale. Si un point *P* se déplace sur cette normale à partir de ce point, le « pied » de la normale, il s'éloigne de l'ensemble des points de cette surface sans que sa projection orthogonale *M* sur la surface ne soit modifiée. Si ce point est le centre d'un cercle, il est à la même distance, grandissante, de chaque point du cercle. Si le point sur la normale s'éloigne à une distance supérieure au rayon de ce centre *M*, et si maintenant on plie la droite qui portait la normale dans le plan du cercle, alors le point *P* a ainsi parcouru une trajectoire continue qui l'a amené hors du disque sans qu'il ait traversé le cercle. De même un point *P* à l'intérieur d'une boule peut en sortir sans traverser la sphère dès que l'on fait intervenir l'espace à quatre dimensions. Car de chaque point de l'espace à trois dimensions (considéré comme un sous-espace de l'espace à quatre dimensions) on peut sortir sur une droite perpendiculaire à ce sous-espace à trois dimensions sans toucher un autre point de ce sous-espace. Si l'on déplace le point *M* à partir du centre de la boule sur cette normale, il est à chaque moment équidistant de tous les points de la sphère. Dès que la distance dépasse le rayon de la boule, il sera hors de l'hyperboule correspondante : ce que l'on aperçoit en tournant la droite portant cette normale jusqu'à la faire arriver dans le sous-espace à trois dimensions.

7 Arthur Schopenhauer (1788-1869) « le Monde est ma représentation – voilà une vérité qui est valable pour tout être vivant et capable de connaissance. [...] ». *Le Monde en tant que volonté et représentation* I § 1 [1894] p. 29.

8 Rudolf Steiner donne également cet exemple dans son livre *la Philosophie de la liberté* (GA 4) au chapitre 6 : « l'individualité humaine » p. 106. Consulter également la conférence du 14 janvier 1921 (GA 323).

9 En ce qui concerne ces difficultés : Rudolf Steiner en parle plus en détail dans sa *Philosophie de la liberté*, chapitre 4 « Le monde en tant que perception » ainsi que dans le chapitre 9 de *Une Théorie de la Connaissance chez Goethe*, et au chapitre XVI, 2 de « le Phénomène primordial » *(das Urphänomen)* dans *Les écrits scientifiques de Goethe* (GA 1).

10 Steiner utilise cette comparaison dans la conférence du 8 novembre 1908 (GA 108) également. En même temps, les relations entre impressions, perception, représentations et concepts sont également étudiées de manière plus approfondie.

11 D'un point de vue strict, ceci ne vaut que pour la géométrie euclidienne. En géométrie projective, le cercle se confond à la limite simultanément avec la tangente fixe et la « droite à l'infini » (voir Locher [1937] chapitre 4, en particulier p. 69 et suivantes. Ce n'est qu'en complétant le plan projectif par la droite à l'infini qu'un passage par l'infini devient possible (voir aussi Ziegler [1992] chapitre 3).

12 Ce fait est une conséquence immédiate de la situation géométrique : le passage par l'infini n'est possible qu'en quittant le domaine de la géométrie euclidienne (voir remarque 11). Autrement dit, le point que l'on se représente comme s'il était perçu par les sens d'un côté ne passe pas à celui de l'autre côté. Ce qui relie à travers l'infini les deux domaines de la droite représentée par les sens est sa structuration, et celle-ci ne peut être saisie que par le penser. (Ce qui les sépare, par contre, est la représentation de leur concrétisation ponctuelle).

13 Steiner reprend souvent l'image du cachet, de la cire et du sceau en liaison avec des considérations épistémologiques concernant les relations du monde objectif extérieur avec la conscience individuelle de celui qui fait acte de connaissance. Ce qui est déterminant, dans cette image, est le fait que, dans le monde des sens également, le transfert d'une forme n'est pas toujours lié à un transfert de matière. Voir à ce sujet les articles *Philosophie et anthroposophie* (GA 35, É.A.R., p. 138).

14 Oskar Simony (1852-1915). Mathématicien et scientifique à Vienne. Fils du géographe et spécialiste des Alpes, Friedrich Simony (1812-1896). 1880-1913 à l'École supérieure de Culture du Sol à Vienne. Ses travaux mathématiques tournent surtout autour de la théorie des nombres et de la topologie empiro-expérimentale des nœuds et de

morceaux de surface bidimensionnelle plongés dans un espace à 3 dimensions. Cf. Müller [1931] et [1951] Une partie des modèles dont parle Rudolf Steiner sont représentés dans ses ouvrages.
Le fait que Simony se soit intéressé tôt à la topologie a été déclenché par son intérêt pour les expériences spirites de F. Zöllner (voir note 5). Cela l'incita à s'occuper des problèmes d'espace, posés par la découverte des géométries non-euclidiennes et à *n*-dimensions. Ses études allaient jusqu'aux raisonnements de la physiologie et de la théorie de la connaissance. (Voir Simony [1883], [1884] et [1886]). Il était conscient que l'espace mathématique idéal et l'espace empirique ne devaient pas être confondus. Comme mathématicien, la « pensabilité » d'un espace quadridimensionnel ne lui posait pas de problème. Il ne pouvait approuver la théorie de Zöllner selon laquelle tous les phénomènes tridimensionnels n'étaient que des projections de phénomènes quadridimensionnels (imperceptibles aux sens), mais il ne s'agissait pas pour lui de refuser globalement les phénomènes parapsychiques. Il plaidait, comme d'ailleurs Zöllner lui-même, pour une étude scientifique exacte de ces derniers. Il réfléchit comment mettre les phénomènes empiriques dont parlait Zöllner en accord avec les théories et avec les moyens traditionnels de la physique et de la physiologie, ou au moins éviter qu'ils ne soient en contradiction. (Simony: *Manifestations spirites* [1884]). Il lui importait de montrer que pour les expliquer on n'avait pas besoin de quitter l'espace empirique tridimensionnel. Il rendit attentif au fait que l'hypothèse de Zöllner – l'existence d'un espace à quatre dimensions – était en contradiction avec l'expérience ordinaire de l'espace. Car si cette hypothèse était exacte, les phénomènes tridimensionnels ne seraient que des ombres que l'on pourrait modifier arbitrairement sans avoir accès direct à l'original. (Simony [1881b] § 6 et [1884] page 20 et suivantes). Comme on peut le voir dans l'exemple de l'ombre sur une surface à deux dimensions d'un objet tridimensionnel, la modification de l'ombre n'est possible qu'en intervenant directement sur l'objet qui la projette.
Avec ses expériences topologiques, Simony voulait étudier l'espace *empirique* à trois dimensions et non un espace courbe ou un autre espace mathématique idéal (...) : « Les événements étudiés jusqu'à présent ne peuvent être placés que dans une géométrie empirique sans aucunement entrer en relation avec la théorie des « variétés » supérieures, car ils appartiennent à *notre espace sensible*. En outre, la suite que j'ai choisie, moi, pour l'évolution des idées, a montré les raisons pour lesquelles je n'ai utilisé ni les moyens de la géométrie analytique ni le calcul infinitésimal pour l'étude des différentes intersections du premier et du deuxième ordre, *afin de rester indépendant de toute hypothèse concernant notre espace sensoriel* » ([1883] p. 96 *sq.*).
Ce qui intéressait particulièrement Simony était l'apparition de nodifications (de « nœuds ») à partir de morceaux de surfaces fermées pouvant

être tordues, annulaires ou croisées, mais initialement non nouées: il montra que de telles surfaces peuvent être coupées de manière telle que d'une part elles restent des surfaces fermées mais que d'autre part (si les données initiales y sont propices) un nœud peut apparaître [1880] [1881a] [1881b]. L'exemple le plus simple et le mieux connu est celui que cite Rudolf Steiner dans la conférence: la bande fermée annulaire obtenue par une torsion de 720°.

15 Dans l'espace à quatre dimensions, il n'existe pas de nœud. C'est-à-dire: tout nœud formé par un fil ou par une bande peut être ouvert par simple déformation, sans rien couper.
Felix Klein (1848-1925) semble être le premier mathématicien qui, dès les années 70 du XIXe siècle, y ait rendu attentif. D'après un compte rendu de Zöllner [1878a], p. 276, ils s'en entretinrent lors d'un congrès scientifique peu de temps avant que Klein publie l'article [1876] où il en parle, en passant. Klein parle également de cette rencontre et pense que, par là, il a incité Zöllner à son hypothèse selon laquelle l'espace à quatre dimensions existe et est important pour expliquer des phénomènes spirites (Klein [1926], p. 169 *sq.*). Alors que Klein ([1876], p. 478) ne fait qu'une remarque générale sur cette situation, Hopp [1879] développe analytiquement la « résolution » d'un nœud simple de l'espace tridimensionnel à travers l'espace à 4 dimensions sur un exemple concret (voir aussi Durège [1880] et Hoppe [1880]).
Zöllner, *Wirkungen in die Ferne* (« Actions à distance ») [1878a], p. 272 à 274, pour démontrer la possibilité de résoudre un nœud dans l'espace à 4 dimensions argumente en se servant d'une analogie. Il considère d'abord la résolution d'un nœud à deux dimensions d'une courbe fermée (figure 70). Dans l'espace à deux dimensions, on ne peut supprimer le croisement dans un plan sans découper. Mais en tournant à travers l'espace à trois dimensions autour d'une droite du plan, on peut « résoudre » n'importe quel croisement sans couper.

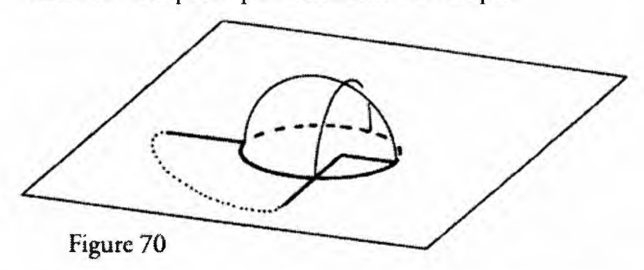


Figure 70

« Si l'on transporte cette observation par analogie sur un nœud de l'espace à *trois* dimensions, on voit facilement que nouer – aussi bien que défaire – un nœud ne peut être réalisé que par des opérations où les éléments du fil doivent décrire une courbe à *double* courbure ». Un tel

nœud ne peut pas être défait dans l'espace à trois dimensions sans coupure. Mais si parmi nous il y avait des êtres qui pouvaient provoquer des mouvements quadridimensionnels par leur volonté, ils seraient en mesure de nouer et de dénouer de tels nœuds plus rapidement; et ceci par une opération tout à fait analogue à celle qui a été décrite plus haut pour un «nœud bidimensionnel» [...]. Moi-même ai été amené à de telles considérations pour faire et défaire des nœuds d'un fil flexible à la suite d'un entretien oral avec Félix Klein, professeur de mathématiques à Munich. Il est évident que pour des êtres à trois dimensions, des parties de ces fils doivent *passagèrement* disparaître de cet espace» (Zöllner [1878a] p. 273 à 276).
Défaire un nœud dans l'espace tridimensionnel est effectivement toujours possible si on lui permet de se traverser lui-même ou si on utilise un espace à quatre dimensions. Car grâce à ce dernier le *résultat* d'une autotraversée peut être obtenu sans cette autotraversée. (cf.: Seiffert/Therlfall [1934], page 3, 315). Il suffit de faire subir une rotation d'un morceau adéquat de courbe située dans un plan α, autour d'une droite d'un plan β à travers l'espace à 4 dimensions (fig. 71).

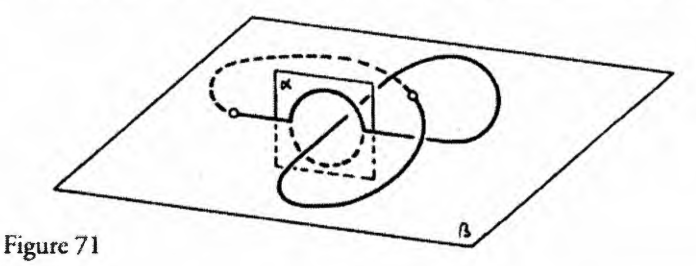


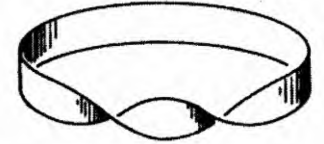
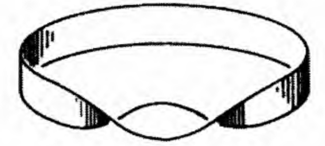
Figure 71

16 La torsion d'une bande cylindrique de 360° (fig. 72) donne une surface (fig. 73) qui lui est équivalente dans un espace quadridimensionnel. En d'autres termes: des bandes tordues selon un angle multiple entier de 360° peuvent être dénouées dans un tel espace (cf. plus loin). Simony devait en être conscient bien qu'il ne le signale pas explicitement dans ses écrits topologiques, car ce sont les particularités de l'espace à 3 dimensions empirique qui l'intéressaient.


Figure 72

L'équivalence topologique d'une bande cylindrique non-tordue avec une ayant subi une torsion de 360° dans l'espace quadridimensionnel est la conséquence du fait que ces bandes se caractérisent par l'existence

de deux courbes-frontières ne se coupant pas. Dans le dernier cas, les bandes forment un nœud, dans le premier non. Dans l'espace à 4 dimensions, le nœud peut se défaire sans se traverser. Ainsi la bande tordue devient une bande non-tordue (voir le passage de la figure 73 à la figure 74).

Figures 73 et 74

Il faut remarquer que ce même raisonnement ne peut être fait pour une bande tordue de 180°, le *ruban de Möbius* (figure 75). Cette surface n'a qu'une *seule* courbe-frontière et ne peut d'aucune façon être transformée en une bande non-tordue sans qu'on la coupe (même pas à travers l'espace à 4 dimensions). Ce fait est lié à ce que la surface ne se laisse pas «orienter»: voir à ce sujet Seifert/Threlfall [1934] § 2. Le ruban de Möbius fut décrit la première fois par Möbius lui-même [1865], § 11).

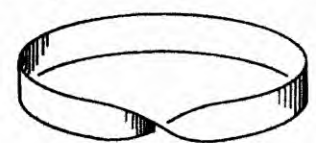


Figure 75

17 Voir (de manière statique) dans le plan (ou dans l'espace) peut être considéré géométriquement comme une projection centrale des objets du plan (ou de l'espace) sur une droite (ou sur une surface). Tous les objets apparaîtraient à un être ayant ce type de vision sous la forme de leur projection sur une surface. Un tel être n'aurait une perception de la troisième dimension que s'il pouvait voir de manière *dynamique*, c'est-à-dire si son «appareil de vision» avait *deux* systèmes de projection et la faculté d'adaptation correspondante. Sinon, il pourrait *concevoir* (comme le fait le borgne à la suite de nombreuses expériences et comparaisons) la troisième dimension, mais non la *vivre*. La réalité d'une vue dynamique à trois dimensions chez l'homme est un symptôme de sa «nature quadridimensionnelle», nature qu'il ne peut pas percevoir directement (par les sens), qu'il ne peut d'abord, là aussi, que déduire.
Charles Howard Hinton (1853-1907) en arrive également, à la suite de ses considérations géométriques et physiques, à la conclusion que l'homme doit être un être quadridimensionnel (ou de dimension plus élevée). On peut admettre que la symétrie dans une dimension donnée est l'expression d'une activité dans une dimension plus élevée. Si nous examinons des êtres vivants nous trouvons des signes – autant dans leur structure (symétrie

bilatérale) que dans leurs diverses activités – que quelque chose pénètre dans le monde inorganique en venant de l'extérieur. (Hinton : *the Fourth Dimension* [1904] p. 78 traduit par R. Ziegler).

Berlin, 31 mars 1905

18 Charles Howard Hinton (1853-1907), mathématicien et écrivain. Son père James Hinton (1822-1875) eut une forte influence sur lui. Il était chirurgien et écrivit entre autres quelques articles sur l'art de la pensée (« art of thinking, thought-artistry ») dans lesquels il refusait toute limitation de la pensée (et des expériences) pour des règles de comportement religieuses, sociales ou juridiques. À travers les relations de Mary Everest Boole (1832-1916), la veuve du logicien et mathématicien George Boole (1815-1864) avec ses parents, Howard Hinton fit la connaissance de sa future épouse Mary Ellen Boole, la fille de George et Mary Boole. Hinton étudia les mathématiques à Oxford et enseigna dans diverse institutions, quitta l'Angleterre eu 1886, s'établit au Japon où il resta jusqu'en 1891 et passa le reste de sa vie aux USA.
Hinton recherchait des certitudes, ce qui l'amena en 1875 dans une profonde crise. Il tomba sous l'influence de l'idée que seule la disposition de corps dans l'espace pouvait mener à des connaissances absolument sûres. Il commença à s'occuper d'exercices de pensée et de représentation concernant la disposition de cubes partiels à l'intérieur d'un cube subdivisé en cubes. Pour ce faire, il voulait se libérer de toute restriction (telle que la notion de haut et de bas) due à la nature de l'objet (voir Hinton [1886], *Casting Out the Self*, pages 205 à 229). Il s'y heurta au problème de cubes en positions symétriques, et se demanda si ce fait n'était pas aussi dû à la nature du sujet. Pendant qu'il examinait cette question, il tomba sur un article de Friedrich Zöllner sur les espaces à 4 dimensions [1878e] qui parut dans le *Quarterly Journal of Science* édité par William Crookes (1832-1919). Zöllner y développait concisément ses expériences et idées concernant l'espace à 4 dimensions. Le chimiste et physicien Crookes fait partie, avec Zöllner, de ceux qui, à l'université, voulaient aborder les phénomènes spirites avec des méthodes scientifiques – avec, il est vrai, très peu de succès.
À partir de là, Hinton s'occupa durant toute sa vie des problèmes concernant la quatrième dimension. Ses œuvres se concentrèrent sur la vulgarisation de l'espace à 4 dimensions, surtout pour s'exercer à acquérir les facultés permettant de se le représenter. Pour cela il étudia de nombreuses façons le passage de l'espace à 2, à celui à 3 dimensions en vue de préparer une base solide pour représenter la quatrième dimension dans un espace à 3. Il développa entre autres un chemin

méthodique pour acquérir de façon conséquente une vue de l'espace à 3 dimensions, avec par moment l'idée que l'on pouvait de la même façon acquérir une vue (non-sensible) de l'espace à 4 dimensions (voir à ce sujet Hinton *A New Era of Thought* [1900] et *The Fourth Dimension* [1904]). Hinton défendait le point de vue que le monde matériel avait une extension dans la quatrième dimension. Il essaya de le démontrer par de nombreuses expériences physiques et psychologiques. Il se heurta en ce faisant autant à l'opposition des matérialistes, qui n'acceptaient qu'un espace représentable à 3 dimensions, qu'aux spiritualistes qui ne voulaient reconnaître à la quatrième dimension qu'une nature purement spirituelle (voir à ce sujet Balard [1980]).
Hinton était un auteur très controversé, mais très estimé et très lu du grand public, surtout dans les milieux des théosophes et des artistes d'avant-garde (voir à ce sujet Henderson [1983], [1985] et [1988]). Dans les milieux universitaires, on l'ignorait ou on refusait ses réflexions.

19 À ce sujet : voir aussi les développements dans la précédente conférence.

20 Voir également Rudolf Steiner, *La science de l'occulte* (GA 15) au chapitre : « L'évolution de l'homme et de l'univers ».

21 On ne peut simplement reconstituer le but de cette analogie. On n'a rien pu trouver chez Hinton qui corresponde à ce cheminement de pensées. Hinton utilise effectivement également des couleurs pour illustrer et expliciter le passage de la deuxième à la troisième dimension, et surtout de la troisième à la quatrième, mais tout autrement. Ses réflexions à ce sujet sont surtout citées par Steiner dans sa conférence du 24 mai 1905 imprimée dans ce recueil.
La base géométrique des réflexions ici présentées est la suivante : un segment partagé en son milieu peut être complété en un carré en plaçant sur chaque partie deux carrés s'y rencontrant et dont il constitue la frontière commune. Cela donne un carré plus grand, formé de quatre petits carrés (figure 16). De là on peut créer un cube formé de 8 petits cubes en plaçant sur chaque carré deux cubes s'y rencontrant (figure 17), chaque carré constituant la frontière commune. La forme géométrique de l'espace à quatre dimensions correspondante s'obtient en laissant se rencontrer deux hypercubes sur chacun des huit cubes constituant leur frontière commune. Ainsi l'hypercube à quatre dimensions apparaît formé de 16 hypercubes partiels.

Berlin, 17 mai 1905

22 Il s'agit très probablement de Jan Arnoldus Schouten (1883-1971), un mathématicien néerlandais de Delft. Dans les archives de la Rudolf Steiner-Nachlassverwaltung se trouve une lettre de Schouten à Steiner. La partie concernant la présente conférence dit :

« *Delft : 1er décembre 1905. [...] Quand en juillet je suis retourné dans mon pays et ai voulu vous faire mes adieux, vous étiez déjà parti en voyage, et c'est ainsi que les modèles dont vous vous êtes servi lors de votre conférence restent encore en votre possession. Comme j'ai l'intention de tenir ici quelques conférences sur la 4e dimension, je vous prie amicalement de me les envoyer. Les conférences sont notamment destinées à quelques Loges* parmi lesquelles se trouve celle de Delft récemment créée. A. Schouten/M.T.S.* »

Après avoir étudié l'électrotechnique à la *Technische Hogeschool* de Delft, il exerce son métier à Rotterdam et à Berlin. Pour pouvoir comprendre la relativité restreinte, il étudie seul les mathématiques et écrira *Grundlagen der Vektor und Affinoranalysis* [1914] qu'il présentera comme thèse de doctorat à Delft. Peu de temps après il est nommé professeur à Delft et y restera jusqu'en 1943.
Le livre de Schouten se trouve, avec une dédicace personnelle, dans la bibliothèque de Rudolf Steiner. La mère de Schouten, H. Schouten (1849 -19?), était membre de la société théosophique et plus tard de la société anthroposophique. Le seul autre indice connu concernant les relations de Schouten avec Steiner se trouve dans une lettre du 4 mars 1913 de sa mère à Steiner qui se trouve dans les mêmes archives. Dans cette lettre on lit notamment :

« *J'étais très confiante dans l'espoir que mon fils, qui va résilier un de ces jours son adhésion à la société théosophique, deviendrait membre de la société anthroposophique. Il pense provisoirement ne pas pouvoir le faire en bonne conscience car il n'a pas pu en continuer l'étude. Il m'a dit qu'il fait une étude sérieuse de tout ce qu'il entreprend dans la vie, et qu'il est actuellement encore trop plongé dans ses propres études qui l'occupent au point qu'il arrive à peine à prendre l'air : il ne peut ainsi provisoirement pas encore s'occuper de l'étude de la théos. Les premiers passages de son œuvre arrivent actuellement à l'Académie Royale ; il tient, en plus de son travail privé, chaque semaine une conférence de mathématiques à Delft, une sur l'électricité à Rotterdam, et la semaine où vous êtes à La Haye, l'association philosophique d'Amsterdam lui a demandé de tenir une conférence sur ses concepts idéels concernant les mathématiques. Heureusement, les vérités de réincarnation et karma sont bien incarnées chez lui comme chez sa femme. Ils viendront volontiers à vos conférences publiques et mon fils*

* « Loges » : ancien nom pour les « branches » à l'époque de la société théosophique.

pense aussi que certains de ses collègues y viendront si le sujet peut les attirer. Espérons qu'il y aura une occasion où mon fils pourra vous saluer. »

Le premier ouvrage de Schouten dans les *Verslagen en Mededeelingen Koninglijke Akademie van Wetenschappen* parut dans le numéro 26 en 1917 ; une publication dans les *Verhandelingen Koninglijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* n'a pu être trouvée qu'en 1918 dans le numéro 12.

23 Kronos (à ne pas confondre avec Chronos : le temps) est un fils de Ouranos et de Gaïa. Il épousa sa sœur Réa, qui eut pour filles Hestia, Déméter et Héra, et pour fils Posséidon et Zeus. Kronos les avala tous sauf Zeus que Réa confia à sa mère Gaïa (voir Kerenyi : *La mythologie des Grecs* [1966] tome I chap. I : 1ere et 2e partie).

24 Johann Wolfgang Goethe (1749-1832). *Entretiens d'émigrés allemands, le Conte* : « Pendant ce temps, le Roi en or dit à l'homme [à la lampe] : Combien de secrets connais-tu ? – Trois, répondit le vieux. Lequel est le plus important ? demanda le Roi en argent. – Celui qui est manifeste, répondit le Vieux. (Goethe, *Le serpent vert*, Éditions Anthroposophiques Romandes, 1987, p. 37).

25 Platon (427 à 347 av. J.-C.) *Timée* 36b-37a. Voir à ce sujet Rudolf Steiner *Le Christianisme et les Mystères antiques* (GA 8).

Berlin, 24 mai 1905

26 Dans le cours de sa vie, Hinton n'a pas seulement développé une, mais de nombreuses méthodes différentes pour représenter l'espace quadridimensionnel dans l'espace habituel à trois dimensions et les a décrit de manière compréhensible par tous. Son mérite se trouve donc plus dans la présentation populaire que dans la valeur mathématique. Voir les écrits cités dans la littérature de Hinton.

27 Hinton a travaillé avec de nombreux systèmes et de nombreuses répartitions de couleurs. Il lui importait de présenter des objets tridimensionnels en deux dimensions en tant que préparation pour la représentation tridimensionnelle d'objets quadridimensionnels. Voir Hinton : *A New Aera of Thought* [1920], 2e partie : chapitres I à IV et VII, ainsi que *The Fourth Dimension* [1904], chapitre XI à XIII. Steiner semble se rattacher ici à une version très simplifiée de ces systèmes.
Il ne sort pas du contexte de la conférence si Steiner a voulu, par le choix des couleurs, montrer des particularités spécifiques des différentes dimensions, mais cela paraît plutôt improbable. Il y a ici d'importantes

différences dans les différentes notes prises et leurs transcriptions. Elles sont probablement dues aux différentes possibilités d'utiliser les couleurs au tableau noir et sur des feuilles blanches.

28 Ces modèles ne se trouvent pas dans la succession (archives) de Steiner. Ils ont probablement été renvoyés à J.A. Schouten après la réception d'une lettre à ce sujet (cf.: note 22).

29 Le mouvement dans l'espace à 3 dimensions d'un carré avec ses 4 côtés peut engendrer un cube avec ses 6 surfaces-frontières; ces 6 frontières se composent du carré de départ, de celui d'arrivée, ainsi que de 4 carrés engendrés par le mouvement des côtés. Cela peut être directement lu à partir d'une projection parallèle de ce mouvement dans un plan (c'est-à-dire dans un espace à 2 dimensions (voir fig. 88). On obtient de la même façon, grâce au mouvement d'un cube avec ses 6 faces dans l'espace à 4 dimensions, un corps avec 8 cubes-frontières: le cube de départ, le cube d'arrivée, et les six cubes engendrés par le mouvement des faces. Ceci peut être facilement vu à l'aide d'une projection parallèle de ce mouvement dans l'espace à 3 dimensions.

30 L'expression *tessaract* semble avoir été créée par Hinton pour l'équivalent quadridimensionnel du cube. Dans ses écrits on trouve également *tesseract.*

31 Les mêmes réflexions (avec des figures identiques) se trouvent également dans Hinton, *The Fourth Dimension* [1904] (dans ses écrits), chapitre XII.

32 FAUST
Comment sortirons-nous d'ici?
Où sont chevaux, valets, voiture?

MEPHISTOPHÉLÈS
Un manteau déployé suffit
Pour nous porter dans l'air à l'aventure.
Mais, pour accomplir ce grand pas,
De paquets ne t'encombre pas.
Il faut pour s'élever en toute diligence
Un peu d'air flamboyant que je vais apprêter.
Plus nous serons légers, mieux nous pourrons monter.
Tous mes vœux au départ de ta neuve existence.
(Goethe, *Faust 1,* scène 4, trad. J. Malaplate, GF. Flammarion).

33 Moïse, livre 1, chapitre 1,2. Voir à ce sujet Rudolf Steiner, *Les mystères de la Genèse* (GA 122, surtout la conférence du 20 août 1910).

Berlin : 31 juin 1905

34 La situation décrite ici correspond à la figure 76 dans le cas du développement du cube dans le plan.

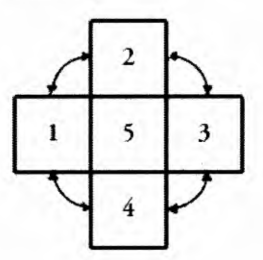


Figure 76

Les carrés 5 et 6 se trouvent l'un sur l'autre, ce que l'on ne peut pas montrer directement dans le plan. Le côté supérieur du carré 2, le côté inférieur du carré 4, le côté gauche du carré 1 et le côté droit du carré 3 doivent être identifiés avec les côtés du carré 6.

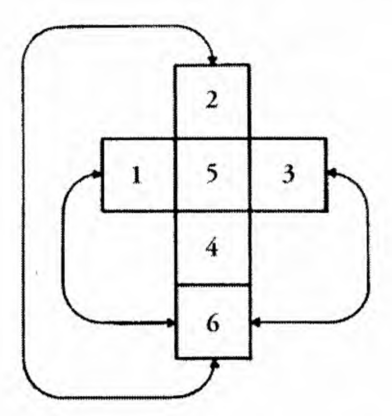


Figure 77

Il lui correspond le fait que les cubes se trouvent disposés l'un dans l'autre et ne peuvent donc pas être directement distingués dans un espace à 3 dimensions. La face supérieure du cube 5, la face inférieure du cube 6, la face gauche du cube 3, la face droite du cube 4, la face avant du cube 1, la face arrière du cube 2 doivent être identifiées aux carrés-faces du cube 8. Dans le cas du cube développé de façon habituelle, on peut plus facilement suivre les identifications (fig. 77).
La situation correspondante du tessaract où les faces des cubes proches doivent être identifiées est représentée par la figure 78

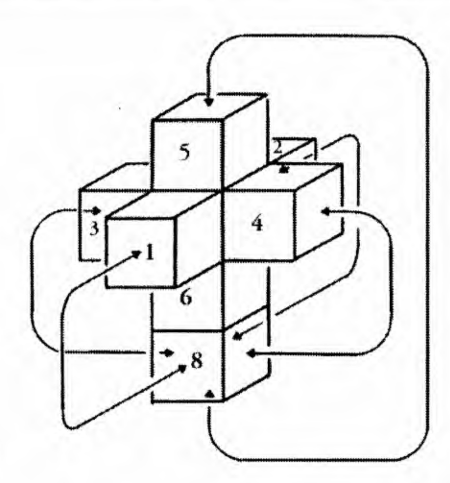
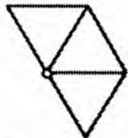
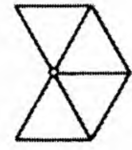


Figure 78

35 Dans le cas des 5 polyèdres convexes réguliers: cube, tétraèdre, octaèdre, dodécaèdre et icosaèdre, les angles-dièdres (ou angles solides) selon lesquels se coupent les faces sur les arêtes sont identiques entre eux. Cet angle-dièdre est dans chaque cas caractéristique pour le polyèdre en question.
Les polyèdres réguliers sont délimités par des polygones réguliers identiques de manière à ce que, en chaque sommet et en chaque arête, la situation géométrique soit la même. Il suffit donc d'étudier en un seul sommet combien de polyèdres peuvent s'y rencontrer. On obtient ainsi une vue exhaustive de tous les types possibles de tels polyèdres. Commençons avec les triangles réguliers (équilatéraux) (fig. 79). Deux triangles ne suffisent pas pour constituer un sommet. Avec trois triangles on obtient le sommet d'un tétraèdre, avec 4 le sommet d'un octaèdre, et avec 5 celui d'un icosaèdre. 6 triangles forment un angle plat et ne peuvent donc pas constituer le sommet d'un polyèdre.





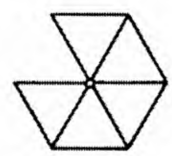


Figure 79

Trois quadrilatères réguliers (des carrés) forment le sommet d'un cube. 4 forment déjà un angle plat.
3 sommets forment le sommet d'un dodécaèdre. 4 se croisent déjà. (figure 80)

3 hexagones forment encore un angle plat, et 3 heptagones se croisent déjà. Il ne peut donc pas exister d'autres polygones réguliers convexes que les cinq cités plus haut.

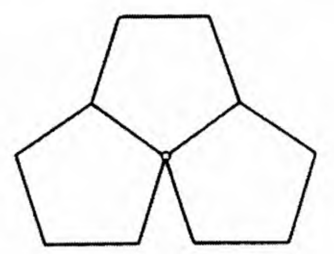


Figure 80

36 Rudolf Steiner se réfère ici à un procédé habituel en cristallographie. Les 7 classes de cristaux sont basées sur des symétries des 7 catégories possibles d'axes de symétrie cristallographiques. Les groupes de symétries représentant tous les éléments de symétrie d'une classe sont appelés « holoédries ». Les polyèdres appartenant à ces groupes de symétrie sont appelés formes holoédriques. Il s'agit de polyèdres simples qui sont invariants pour tout opérateur du groupe de symétrie cristallin correspondant. Les formes hémiédriques sont des polyèdres ayant la moitié des faces du holoèdre correspondant, et s'obtiennent à partir d'eux par « réduction de faces » : c'est-à-dire en agrandissant certaines et faisant disparaître les autres. Le groupe de symétrie des hémièdres est réduit en conséquence (ce sont des sous-groupes de l'holoédrie d'indice 2). Dans ce sens, le tétraèdre est une transformation hémiédrique de l'octaèdre.
Les cristallographes introduisent encore des formes tétartoédriques qui n'ont que le quart du nombre de faces de l'holoèdre correspondant, et des groupes de symétrie réduits de façon analogue (des sous-groupes d'indice 4). Voir à ce sujet Hochstetter/Bisching [1868] p. 20 *sq.*, Niggli [1924] p. 70 *sq.*, p. 129 *sq.*

37 Dans un cube, toutes les faces se coupent deux à deux sous un angle droit. Quel que soit le choix fait parmi les faces, on retrouve toujours une forme n'ayant que des angles solides de 90°. Mais à partir d'un cube on ne peut pas obtenir de polyèdre *fermé* par réduction de faces.

38 On appelle ici *axes du cube* les axes passant par le centre, orthogonaux entre eux et perpendiculaires aux faces. Ces axes sont en même temps les axes des trois « zones » du cube (fig. 81). On appelle *zone* un ensemble d'au moins trois faces qui sont parallèles à l'axe de la zone.

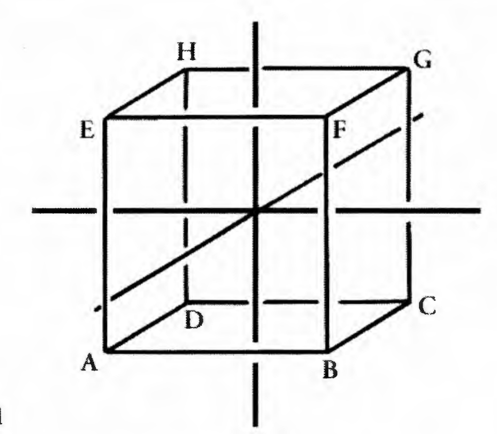
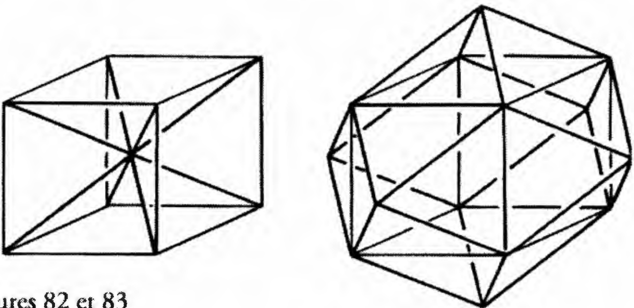


Figure 81

Le *dodécaèdre rhombique* peut être facilement construit à partir d'un cube : on trace les six plans diagonaux dans le cube (fig. 82). Puis on place sur les faces du cube les pyramides symétriques par rapport à ces faces des pyramides ainsi obtenues (figure 83). Les 4 axes cités dans la conférence sont les 4 axes coïncidant avec les 4 diagonales du cube.



Figures 82 et 83

Ces 4 axes constituent les 4 « axes de zone », c'est-à-dire les 4 axes auxquels les 6 faces du corps solide sont parallèles. Les 4 groupes de 6 faces sont les « bandes de zones » (*Zonenverbände*) du dodécaèdre rhombique. Le dodécaèdre rhombique n'est pas un polyèdre régulier, car les sommets ne sont pas tous identiques. Aux sommets issus des sommets du cube se rencontrent 3 faces et aux autres chaque fois 4 faces. Les axes de zones traversent les sommets où se rencontrent 3 faces.
On remarquera que les axes du dodécaèdre rhombique introduits ici sont un choix bien précis parmi les 7 diagonales possibles (les diagonales joignent les sommets opposés.

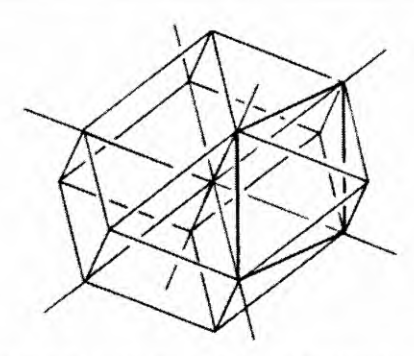


Figure 84

Représentation par le dessin: le dodécaèdre rhombique est présent ici par une projection parallèle oblique comme l'étaient déjà les autres corps géométriques; car cela ressemble le mieux à ce que donne le dessin tracé librement au tableau. Il faut donc accepter les légères déformations ainsi obtenues dans la suite.

39 Le dodécaèdre rhombique possède également des axes perpendiculaires aux faces. Si l'on tourne les 4 axes de zone de 45° autour d'un axe perpendiculaire du cube initial sans faire bouger le dodécaèdre rhombique, ces axes rencontrent les milieux de 8 faces du dodécaèdre rhomboédrique. Le corps solide formé par ces 8 faces, un octaèdre, se compose exactement de ces 8 faces perpendiculaires aux axes de zones (tournés de 45°) du dodécaèdre rhombique (fig. 85). En complétant ces 4 axes par les deux axes horizontaux du cube initial (également tourné de 45°), on obtient un système de *6* « axes », tous perpendiculaires à un couple de faces, et touchant ainsi toutes les 12 faces.

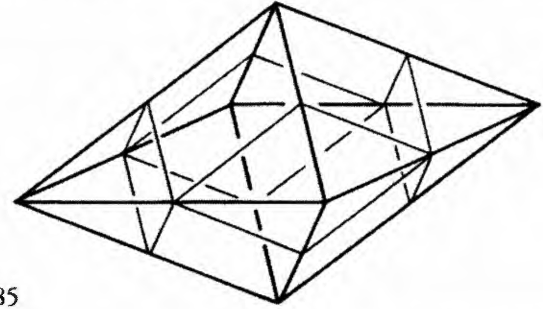


Figure 85

40 En réduisant de moitié le nombre de faces du cube, on n'obtient pas de nouveaux angles solides. Le dodécaèdre rhomboédrique se laisse « réduire » de plusieurs manières (fig. 86 et 87). Quand on obtient ainsi une figure fermée, il s'agit d'un parallélépipède oblique.

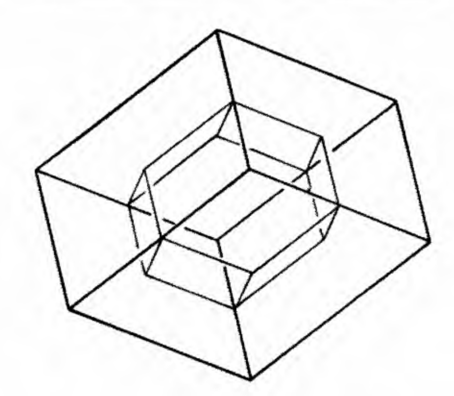


Figure 88

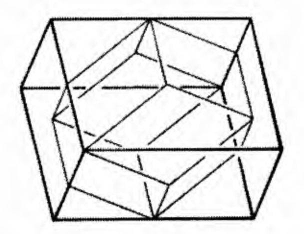


Figure 87

41 Ceci est valable à condition que les coupes du tétraèdre comme du cube soient exécutées parallèlement à des faces déjà existantes. Si on coupe les coins d'un cube *parallèlement* aux diagonales de l'espace, on obtient d'abord un cuboctaèdre et finalement un octaèdre.

42 Voir également la conférence du 31 mars 1905. Quel que soit le choix pris parmi les 6 faces on obtient toujours, en étendant les faces, un «corps» s'étendant dans l'infini. Si l'on en choisit trois orthogonales deux à deux, on obtient une structure géométrique avec trois axes orthogonaux et les plans qu'ils définissent deux à deux. Un tel système peut être considéré comme représentant l'espace euclidien à 3 dimensions; c'est en même temps la base de tout système de coordonnées euclidiennes ou cartésiennes.

43 Ici et dans la suite, la présentation est très abrégée; plusieurs points de vue se mélangent. La séquence carré, cube, tessaract pourrait être complétée par des structures dont les *limites* ne sont pas droites mais courbes. On obtient ainsi des corps solides que l'on pourrait appeler

carrés courbés, cubes courbés, tessaracts courbés. Les frontières de ces frontières ont même dimension* que les corps eux-mêmes.
Le cercle, la sphère et la sphère à trois dimensions sont topologiquement équivalents aux frontières du carré, du cube, du tessaract. Le disque, la boule, l'hyperboule sont topologiquement équivalents à la surface du carré, au volume du cube, à l'hypervolume du tessaract.
Par ailleurs, une certaine torsion d'un segment donne une courbe plongée dans les deux dimensions, en particulier un arc de cercle; par la torsion d'un disque une calotte sphérique, et par la torsion d'une boule une structure plongée dans les 4 dimensions, en particulier un morceau d'une hyperboule (à 4 dimensions).
Ainsi un cercle peut être obtenu à partir de deux segments courbés et collés à leurs extrémités, et la sphère (à 2 dimensions plongée dans l'espace à 3 dimensions) à partir de deux disques courbés et collés à leurs bords. On obtient de même une sphère tridimensionnelle plongée dans l'espace à 4 dimensions en prenant deux boules courbées et collées ensemble le long des bords (des sphères tridimensionnelles). Cette hypersphère tridimensionnelle est à l'espace ordinaire à 3 dimensions, ce que la sphère est au plan.

Berlin, 7 juin 1905

44 Il s'agit probablement ici des livres de Hinton, *Scientific Romances* [1886], *A New Era of Thought* [1900] et *The Fourth Dimension* [1904].

45 Dans la représentation du tessaract dans la 5[e] conférence, il ne s'agit pas d'une projection au sens propre du mot, mais d'un développement. Dans la suite, Rudolf Steiner construira une projection orthogonale du tessaract dans l'espace à 3 dimensions. La direction de cette projection est celle d'une diagonale de l'espace.

46 Si le cube est donné en tant que structure réduite aux arêtes, le résultat d'une projection oblique sur un plan donne en général deux carrés translatés parallèlement avec les segments reliant les sommets correspondants (figure 88: projections obliques du cube).
Si la direction de la projection est choisie de manière à passer par une diagonale de l'espace *A'C*, les projections des sommets *A'* et *C* coïncident, et il apparaît un hexagone oblique avec ses diagonales. Les images des six faces du cube s'obtiennent en prenant tous les parallélogrammes possibles se trouvant dans cet hexagone. Chacun de ces parallélogrammes croise et coupe deux autres. En tout la surface de

* Dimension est utilisé ici dans un sens un peu différent de celui auquel nous sommes habitués en France. Un cercle n'a intrinsèquement qu'une dimension, mais on ne peut se le représenter que plongé dans un espace à au moins deux dimensions.

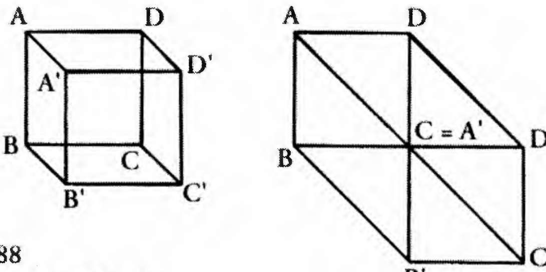


Figure 88
Projections obliques du cube

l'hexagone est recouverte partout exactement deux fois par les faces du cube. Si la direction de la projection est perpendiculaire au plan sur lequel on projette, on obtient un hexagone régulier (figure 89 : projections parallèles orthogonales du cube).

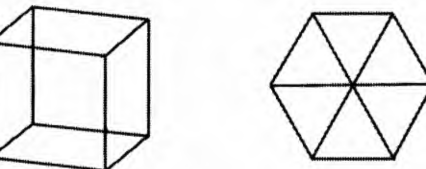


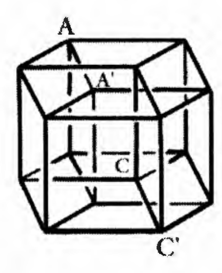
Figure 89
Projections parallèles orthogonales du cube

On remarquera que les trois axes (de zones) se projettent également sur les trois diagonales du cube. Les *bandes-de-zones* (les 4 faces carrées parallèles à chacun de ces axes) apparaissent en tant que parallélogrammes (ou losanges) : ceux ayant un côté commun avec l'axe en question.

47 Rudolf Steiner appelle losanges des carrés déformés ou obliques ; les losanges sont des parallélogrammes équilatéraux. Les cubes rhombiques sont donc des cubes obliques (c'est-à-dire des parallélépipèdes ayant tous leurs côtés égaux).

48 Si le tessaract est donné comme structure réduite à ses arêtes, on obtient en général par projection parallèle dans l'espace à trois dimensions deux cubes translatés l'un par rapport à l'autre avec, en plus, les segments joignant les sommets correspondants (figure 90 : projections-parallèles obliques du tessaract).
Si la direction de la projection est choisie de manière qu'elle passe par la diagonale *A'C*, les projections des sommets *A*'et *C* coïncident et l'on obtient un dodécaèdre rhombique avec 4 diagonales. Les images des 8 cubes-réduits-aux-arêtes sont faciles à trouver dans la première figure :

ce sont tous les parallélépipèdes possibles obtenus par combinaison des arêtes de la structure obtenue. Il s'agit du cube de départ, du cube translaté, ainsi que des 6 parallélépipèdes ayant chacun une face en commun avec le premier cube et une avec le cube translaté. Cette situation ne change pas de manière importante quand on passe au dodécaèdre rhombique ; seule différence : cette fois-ci les « cubes rhombiques » (c'est-à-dire les parallélépipèdes) se croisent avec trois autres et recouvrent deux fois le dodécaèdre rhombique.



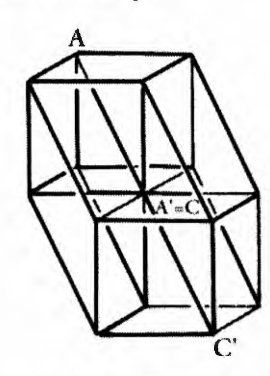


Figure 90
Projections obliques du tessaract

Les 4 diagonales du dodécaèdre rhombique obtenues par la projection sont les *axes-de-zones* des 4 bandes de (chaque fois 6) faces du dodécaèdre rhombique. Une telle bande-de-zone se compose des 6 faces parallèles à l'axe-de-zone. (On remarquera que, contrairement au cas du cube, les axes-de-zones ne passent pas par les milieux des faces mais par les sommets).

Mais ces 4 axes sont en plus les projections des 4 axes orthogonaux du tessaract. Les 3 axes du cube passent par les milieux des faces de ce corps ; de même les 4 axes du tessaract passent par les milieux des cubes-frontières du tessaract. Lors de la projection parallèle, le milieu du cube arrive au milieu du parallélépipède correspondant. Comme on peut le constater en étudiant les 8 parallélépipèdes, les 4 axes passent exactement par les milieux des parallélépipèdes.

De même que les 3 axes orthogonaux du cube sont en même temps axes-de-zone de 3 bandes de faces composées de 4 faces chacune, de même les 4 axes orthogonaux du tessaract sont en même temps *axes-de-zone* de 4 groupes de solides, composés chacun de 6 cellules (les cubes constituant les côtés du tessaract). Dans le dodécaèdre rhombique il est facile de les trouver : ce sont chaque groupe de 6 parallélépipèdes ayant un (exactement un) côté en commun avec l'axe.

49 Platon, *La République* PUF, 1966 p. 524. On n'a pas encore pu retrouver où Schopenhauer traite cette parabole.

50 Zöllner rend également attentif à cette interprétation allégorique de la Caverne de Platon dans son article : *Les Actions à distance* [1878a], p. 260 *sqq.*

51 Voir la conférence du 24 mars 1905.

52 Ici tessaract [sphérique] ne semble pas être le cube plongé dans les 4 dimensions au sens strict, mais l'hypersphère qui lui est topologiquement équivalente : on l'obtient par une torsion adéquate dans la quatrième dimension de deux boules de l'espace à 3 dimensions, et collées ensemble. Voir la note 43 pour la conférence du 31 mai 1905.

53 Voir les notes 43 et 52

54 Pour le texte qui suit, on a aussi utilisé les fragments de notes prises par von Haase [1916] et concernant cette conférence du 7 juin 1905. Ce qui permit de compléter utilement.

55 Moïse, livre II, « Exode » chapitre 19, ainsi que 33 et 34.

56 Dans la littérature théosophique, on appelait *arupa* les trois parties supérieures du *dévachan*, les quatre parties inférieures étant les régions rupiques (voir les indications de l'éditeur dans Rudolf Steiner, *Éléments d'éssotérisme* (GA 93a, Triades, p. 281 *sqq.*). En ce qui concerne les sept régions du *dévachan* voir Rudolf Steiner, *Théosophie* (GA 9), « Le monde de l'esprit ».
En ce qui concerne les dimensions en relation avec les plans ou régions du monde de l'esprit : voir également la conférence du 17 mai 1905, la Réponse aux Question du 11 mars 1920 (questions de A. Strakosch), celles du 7 avril 1921 (GA. 76) et du 12 avril 1922 (GA 82) et les conférences des 19, 20, 22, et 26 août 1923 (GA 227)

Berlin, 7 novembre 1905

57 Voir à ce sujet les conférences des 24 et 31 mars 1905, et les notes les concernant.

58 Voir la note 6 concernant la conférence du 24 mars 1905.

59 Voir : Rudolf Steiner, *Autobiographie* (GA 28), chapitre III, pages 63 et suivantes, ainsi que *Damit der Mensch ganz Mensch werde. Die Bedeutung der Anthroposophie im Geistesleben der Gegenwart* (GA82). Conférence du 8 avril 1922 : « Die Stellung der Anthroposophie in den Wissenschaften ».

60 Ici Rudolf Steiner se réfère à la complétude de l'espace euclidien par son plan-à-l'infini, qui crée un espace projectif. Un espace projectif n'a pas de frontières ; il est intrinsèquement « fermé » ; c'est-à-dire que l'on peut s'éloigner dans n'importe quelle direction vers l'infini, « dans l'infini » et que l'on revient alors automatiquement de l'autre côté.

61 Voir à ce sujet les développements de la conférence du 24 mai 1905 et les notes la concernant.

62 Voir à ce sujet les développements au début de la conférence du 7 juin 1905 et les notes la concernant.

Berlin, 22 octobre 1908

63 Les premières études mathématiques concernant le problème d'un espace à 4 dimensions datent déjà du milieu du XIX[e] siècle. Voir à ce sujet Manning, *Geometrie of Four Dimensions* (« Géométrie à quatre dimensions ») [1914], « Introduction ».

64 R. Steiner se réfère ici aux études de Riemann concernant les variétés à *n* dimensions. Voir note 1 pour la conférence du 24 mars 1905.

65 Voir à ce sujet les écrits populaires bien connus en leur temps de Abbot, *Flatland* [1884], Hinton, *Scientific Romance* [1886], chapitre « A plane world » (un monde plan) pp. 129 à 159, et Hinton *An episode of Flatland* [1907].

66 Voir à ce sujet la conférence de Rudolf Steiner du 10 avril 1912 (GA 136) – L'hypothèse que cette affirmation pourrait être une indication sur une opinion de Zöllner ne put être confirmée. La théorie des comètes de Zöllner [1886] est plutôt la base et le point de départ de la théorie des comètes conventionnelle moderne. Aucun indice ne put être trouvé que Zöllner aurait fait un lien entre ses théories spirites et l'espace à quatre dimensions.

NOTES CONCERNANT LES RÉPONSES AUX QUESTIONS

Berlin, 1er novembre 1904

Réponse à une question après une conférence sur le Christianisme non encore publiée dans la GA, édition complète, à l'époque de la publication du 324a (en 1954).

1 Jan Arnoldus Schouten (1883-1971). Voir la note 22 concernant la conférence du 17 mai 1905. Cette question montre que le problème de la quatrième dimension était d'actualité dans l'entourage immédiat de Rudolf Steiner, et que ses conférences concernant la quatrième dimension devaient essentiellement traiter des questions de science spirituelle qui leur sont liées.

Stuttgart, 2 septembre 1906

Réponses à des questions lors du cycle de conférences : *À la porte de la théosophie* (GA 95).

2 Rudolf Steiner appelle ici « espace » l'espace ordinaire que perçoivent nos sens, caractérisé par les lois de la géométrie euclidienne. Pour celui-ci, l'infini est une frontière infranchissable (qui devient, en géométrie projective, le plan à l'infini). D'après Steiner, ce n'est pas le cas pour l'espace du « plan astral ». Ce dernier possède une structure proche de celle de l'espace projectif. Il n'y existe aucun infini inaccessible. L'espace projectif est un fermé* : on peut, à partir d'un point de départ, s'en aller dans toute direction et, sans rebrousser chemin, revenir à son point de départ.

3 Il n'a pas été possible de retrouver à quoi voulait mener cette phrase. Du fait du dessin qui était transmis (figure 62), il pourrait s'agir d'une partie d'un développement qui pourrait être le suivant : dans les deux dimensions, un objet à l'intérieur d'un disque ne peut en sortir sans traverser le cercle-frontière. Mais avec l'aide de la troisième dimension,

* La note 2 définit ce terme. Le segment est fermé veut dire : il contient ses bornes qu'on peut donc atteindre. Un intervalle est un ouvert, car on peut continuer de s'approcher de ses extrémités sans jamais les atteindre.

cela se fait sans aucun problème. Dans le cas des trois dimensions, un objet ne peut sortir d'une boule qu'en traversant la sphère-frontière. Avec l'aide de la quatrième dimension cela devient possible (voir développement et notes de la conférence du 24 mars 1905).

Nuremberg, 28 juin 1908

Réponses à des questions pendant le premier cycle de conférences *l'Apocalypse de Jean* (GA 104).

4 Kant, *Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik* (Introduction pour chaque métaphysique d'avenir) [1783], *kosmologische Ideen* (Idées cosmologiques) §§ 50 à 53, *Kritik des reinen Vernunft* (Critique de la raison pure) [1787], *Die Antimonien der reinen Vernunft, erster Widerstreit der transzendentalen Ideen* (Antinomies de la pure raison, première controverse des idées transcendentales), B 454 *sqq.* Kant montre que l'on peut aussi bien trouver des arguments pour que contre l'hypothèse de l'infinité de l'espace. D'après lui, la cause de cette contradiction vient du fait que l'on considère l'espace et les objets qui s'y trouvent comme des données absolues, comme des lois objectives concernant les choses en elles-mêmes. S'ils étaient considérés comme ce qu'ils sont en réalité d'après Kant – c'est-à-dire comme de simples représentations des choses et non pas des choses-en-soi – la « contradiction des idées » serait levée.

5 Rudolf Steiner se réfère ici à la découverte de l'extension projective de l'espace euclidien au début du XIX[e] siècle. La droite euclidienne se perd des deux côtés dans l'infini. Sur elle, le sens vers la gauche et le sens vers la droite tendent vers des limites séparées par le point à l'infini. La droite projective n'a pas de limite, elle est fermée comme l'est le cercle.

6 Ce qui subsiste du texte ne permet pas de conclure si Steiner veut attribuer une courbure concrète aux « relations spatiales » du monde astral. La droite projective qui se referme sur elle-même, elle, ne possède en tout cas pas de courbure. Peut-être Steiner ne voulait-il que rendre attentif à la parenté structurelle entre le comportement du point sur une droite projective et sur un cercle (*note du traducteur*: on pourrait dire en langage mathématique que la droite projective a le même nombre de points que le cercle, alors que la droite euclidienne en a un de moins. En y rajoutant le point à l'infini, on obtient la « droite achevée » équivalente à la droite projective. Peut-être cette image sera-t-elle susceptible d'éclairer les idées du lecteur qui n'est pas mathématicien).

7 Rudolf Steiner utilise ici le mot sphère (ou boule) pour rendre attentif au fait que l'« espace astral » est un continu au sens de la géométrie projective. Du point de vue topologique, le plan projectif n'est pas équivalent à une sphère, ni l'espace tridimensionnel à une boule.

Düsseldorf, 21 avril 1909

Ces questions-réponses ont suivi le cycle de conférence : *les Hiérarchies spirituelles,* GA 110.

Düsseldorf, 22 avril 1909

Réponses à des questions à la suite du cycle de conférences sur les hiérarchies, GA 110.

8 Il n'y pas de document concernant sa présence chez Platon. Elle vient des conversations de table transmises par Plutarque qui forment une partie de ses *Moralia.* Un des convives y participant dit : « Dieu géométrise toujours – si cette affirmation peut effectivement être attribuée à Platon ». Plutarque ajoute : « Cette affirmation ne se trouve dans aucun écrit de Platon, mais il y a suffisamment de témoignages, et elle est conforme à son caractère ». (Plutarque, *Moralia, Questions conviviales,* livre VIII, question 2 ; Stephanus 718c).

9 Cf. l'auto-rapport de R. Steiner : Mathématiques et occultisme *in* GA 35.

10 Géométrie de position : vieux nom pour la géométrie synthétique projective. Cf. aussi les notes des deux textes précédents du 02.09.1906 et du 28.06.1908.

11 Du point de vue de la géométrie projective, les théorèmes ne concernant que position et ordre de points, droites et plans, ne sont que des cas particuliers, ou cas limites, de théorèmes projectifs plus généraux.

12 Deux points *A* et *B* sur une droite *d* la partissent en deux segments (figure 91) dont l'un contient le point à l'infini. En géométrie projective, les deux relient les points *A* et *B.* En géométrie euclidienne le segment ne passant pas par l'infini est seul à les relier.



Figure 91

13 Rudolf Steiner a parlé de la possibilité d'actions coordonnées entre parties d'un être non connexe: Berlin 22.10.1906 (GA 96), Dornach 22.03.1922 (GA 222). Dans la littérature spécialisée on ne trouve, parmi les nombreuses espèces, aucune qui correspondrait à la description de Rudolf Steiner; par contre on trouve plusieurs exemples comme la mispe, où tête et abdomen sont reliés par une sorte de tige. La mouche de galle ne correspondant pas bien à l'exemple choisi. Il pourrait y avoir une erreur, l'auditeur ayant mal compris. Le nom allemand de cet insecte, *Sandwespe* ressemble en effet à *Gallwespe* (ce dernier étant bien mieux connu).

Berlin, 2 novembre 1910

Notes prises lors d'une séance de questions-réponses pendant des conférences sur la psychosophie, GA 115.

14 Des parties manquantes ont été rajoutées en se basant sur la conférence du 17.05.1905.

Bâle, 1er octobre 1911

Notes prises lors de questions-réponses après une conférence pour membres sur « l'éthérisation du sang » dans *Le Christianisme ésotérique*, GA 130.

15 Pour les relations concernant la chaleur et la lumière, voir le cycle *Chaleur et matière*, GA 321, et les questions-réponses du 11 et 31.03.1920 et du 15.01.1921.

Munich, 25 novembre 1912

Cette conférence publique « Les vérités de la recherche spirituelle » n'est pas encore parue dans l'édition complète. Cf. : *Blätter für Anthroposophie* 1968, 5.

16 Rudolf Steiner se réfère aux études de Bernard Riemann (1816-1866) auxquelles il a souvent fait allusion. Cf. aussi la note 1 de la conférence du 24 mars 1905.

17 Oskar Simony (1852 à 1915). Voir aussi la note 14 de la conférence du 24 mars 1905.

18 Voir *Autobiographie* de Rudolf Steiner, GA 25, chap. III

19 Voir les questions-réponses précédentes et les notes correspondantes.

Berlin, 13 février 1913

Après une conférence publique à la maison des architectes à Berlin : « La grandeur spirituelle de Léonard de Vinci au tournant vers les temps nouveaux » *in* GA 62.

20 Goethe : *Le conte.* Voir note 24 à la conférence du 17.05.1905.

21 La loi occulte de la répétition et de la répétition modifiée. Voir *La science de l'occulte* (GA 13) au chapitre « l'Évolution et l'homme ». Pour la loi de répétition en tant que principe élémentaire de l'éthérique : voir la conférence du 21.10.1908 (GA 107). Rudolf Steiner y illustre ce principe notamment par l'exemple de la croissance d'une plante et montre le processus de la répétition variée dans la formation répétée des feuilles.

22 Rudolf Steiner parle des répétitions dans les discours du Bouddha et de leurs significations dans les conférences du 18.09.1908 (GA 139) et du 27.09.1921 après-midi (GA 143).

23 Fra Luca Pacioli (1445-1517) écrivit *Divina proportione* sous l'influence de Piero della Francesca (1410-1492) et de Léonard de Vinci (1452-1519). Il y utilisa des dessins d'après son ami Léonard. C'est là que pour la première fois les propriétés mathématiques et esthétiques du nombre d'or sont placées au centre d'une œuvre.
Le partage dans le rapport du nombre d'or, aussi appelé *sectio aurea* ou en allemand « partage continu », s'obtient en résolvant le problème de partager un segment de manière que la petite partie soit à la grande partie dans le même rapport que cette dernière au segment entier. On peut montrer que, si on répète l'opération, on obtient une suite de segments dont deux adjacents sont toujours dans le même rapport. D'où l'expression « partage continu ».
Une autre indication concernant la répétition et la répétition variée en liaison avec le nombre d'or : l'apparition du nombre d'or dans des fractions continues régulières. Les « fractions réduites » sont des nombres successifs de la suite de Fibonacci : 1, 1, 2, 3, 5, 8..., qui jouent un grand rôle dans la disposition des feuilles, bourgeons et aréoles chez les plantes (voir Coxeter [1981] § 11).

Berlin, 27 novembre 1913

Séance de questions-réponses après une conférence publique à la maison des architectes à Berlin « Sur la mort » *in* GA 63.

24 Conférence du 19.03.1913 : « Entre la mort et une nouvelle naissance de l'homme » *in* GA 63.

25 Voir pour ceci et ce qui suit : la réponse aux questions du 07.03.1920 et les indications correspondantes.

Stuttgart, 7 mars 1920

Questions-réponses après le « deuxième cours scientifique », *Chaleur et matière,* GA 321.
Questions de Hermann von Baravalle après sa conférence du 7 mars 1920 à Stuttgart : « Sur la théorie de la relativité ».

Hermann von Baravalle (1898-1973) : professeur de mathématiques et de physique à la première école Waldorf à Stuttgart – On ne connaît pas de notes concernant cette conférence.

26 Dans la physique théorique du XIXe siècle, on établit différentes théories pour expliquer les phénomènes optiques ; toutes étaient basées sur l'existence d'un substrat quasi-matériel : l'« éther ». On se servait entre autres de la théorie de l'élasticité comme moyen d'aide théorique. À la suite du résultat négatif de l'expérience sur l'éther (1881) d'Albert Michelson (1852-1931) et Edward Morley (1838-1923), la théorie électromécanique de James Clark Maxwell (1831-1879) délogea la théorie d'un éther quasi-matériel sans le faire totalement disparaître de la physique (cf. Whittaker : *A Theory of Ether and Electricity*).
Arnold Sommerfeld (1868 à 1951) discute au tome 2 de ses cours de physique théorique [1944] d'un modèle d'éther basé sur une substance quasi-élastique provenant de travaux de James Mac Cullagh (1809-1947) (cf. Klein [1926], 231 *sq.* et 243). Sommerfeld montre que les équations de mouvement de cette « substance » ont la forme des équations de Maxwell de l'électromécanique dans le vide. *
Friedrich Dustmann [1991] montre que ce modèle d'éther coïncide en de nombreux points de vue avec ce que Steiner exige ici et ailleurs d'une théorie de la lumière. À la base de ce modèle d'éther quasi-élastique se trouve un tenseur-de-tension antisymétrique qui, du point de vue géométrique, représente un complexe linéaire. Cela constitue un lien avec la théorie des nombres hypercomplexes dont Steiner parle dans une réponse à une question du 11.03.1920 (Strakosch) (cf. Gschwind [1991] § 8.5, et [1986] 158 à 161.
Il n'est plus possible de savoir si Rudolf Steiner fait indirectement référence à des travaux sur la théorie mécanico-élastique de la lumière ou s'il pensait à un élargissement ou une complémentation de telles théories de son époque.

* Ces équations prennent une forme beaucoup plus intéressante dans un espace à 4 dimensions.

Il faut en tout cas remarquer que ses indications pour transformer ou reformuler la théorie de l'éther de son époque ne doivent pas seulement être considérées dans le cadre d'une manifestation purement physique et matérielle des phénomènes (voir aussi les questions-réponses des 11.03.1920 (Blümel) 31.03.1920 et 15.01.1920 avec les indications correspondantes). De ce point de vue, il ne s'agit nullement dans la suite d'une critique des bases physiques de la théorie de la relativité restreinte, mais d'un appel pour élargir les méthodes de la physique par des points de vue et des concepts de l'anthroposophie (voir la conférence du 6 janvier 1923 dans GA 326.
Rudolf Steiner s'exprime de façon analogue sur le retour élastique de la lumière dans la conférence du 06.12.1919 (GA 194), dans la conférence aux professeurs du 25.09.1919 (GA 300a) et la conférence du 16.02.1924 (GA 235). Des remarques analogues sur le comportement de l'énergie physique se trouvent dans les questions-réponses du 12.11.1917 (GA 73).

27 Albert Einstein (1879-1955) physicien à Zurich, Berlin et Princeton, fondateur de la théorie de la relativité restreinte et de la relativité générale. L'unique endroit de son œuvre écrite où Steiner parle de la théorie de la relativité restreinte se trouve dans *les Énigmes de la philosophie* (GA 18). Ce passage a une importance fondamentale pour juger les pensées de Rudolf Steiner sur la théorie de la relativité restreinte exprimées dans les conférences et questions-réponses. Pour éclairer le point de vue de Steiner, voici ce passage dans sa totalité:

« La pensée s'est engagée dans une autre direction par la transformation des concepts fondamentaux de la physique qu'Einstein (1879-1955) a tenté de mettre en œuvre. Cette tentative a également de l'importance pour l'évolution de la vision du monde. La physique étudiait jusqu'alors les phénomènes en les voyant ordonnés dans l'espace vide à trois dimensions et se déroulant dans le temps à une dimension. L'espace et le temps étaient alors conçus comme extérieurs aux choses et aux processus. C'étaient pour ainsi dire des grandeurs existant pour elles-mêmes, figées en elles-mêmes. On mesurait pour les choses les distances dans l'espace, pour les processus la durée dans le temps. Distance et durée appartenaient, selon cette vision du monde, à l'espace et au temps, non aux choses et aux processus. La théorie de la relativité introduite par Einstein vient alors s'opposer à cette conception. Pour elle, la distance entre deux choses est un élément qui fait partie de ces choses elles-mêmes. De même qu'une chose a d'autres qualités, de même elle a celle de se trouver à une certaine distance d'une deuxième chose quelconque. Il n'existe nulle part quelque chose qui serait un espace, en dehors de ces relations réciproques que les choses se donnent par ce qu'elles sont. L'hypothèse d'un espace rend

possible une géométrie conçue pour cet espace. Cette géométrie peut ensuite être appliquée au monde des choses. Elle n'est rien d'autre qu'une construction dans le monde des pensées. Les choses doivent s'y conformer. On peut dire que les relations du monde doivent suivre les lois que la pensée détermine avant d'observer les choses. Au sens de la théorie de la relativité, cette géométrie est détrônée. Il n'existe que des choses et celles-ci ont entre elles certaines relations qui se présentent sous forme géométrique. La géométrie devient une partie de la physique. Mais on ne peut alors plus dire que ses lois peuvent être déterminées *avant* que l'on observe les choses. Aucune chose n'a un lieu quelconque dans l'espace, mais seulement des distances par rapport à d'autres choses.

Le temps est conçu de la même manière. Aucun processus n'est à un moment du temps; non, il se déroule à une certaine distance de temps d'un autre processus. Mais alors les distances temporelles des choses les unes par rapport aux autres et les distances spatiales se fondent les unes dans les autres comme étant de même nature. Le temps devient une quatrième dimension qui est de même nature que les trois dimensions de l'espace. Un processus concernant une chose ne peut être déterminé que comme ce qui se produit à une certaine distance spatiale et temporelle d'autres processus. Le mouvement d'une chose devient un élément qui ne peut être pensé que dans sa relation à d'autres choses.

On attend de cette vision des choses qu'elle seule fournisse des explications inattaquables de certains processus physiques, alors que ces processus mènent à des pensées contradictoires dans l'hypothèse d'un espace existant pour lui-même et d'un temps existant pour lui-même. Si l'on songe que pour bien des penseurs seul ce qui peut être exposé sous forme mathématique pouvait jusqu'à présent avoir valeur de science de la nature, il n'y a dans cette théorie de la relativité rien de moins qu'une façon de déclarer nulle et non avenue toute véritable science de la nature. Car on voyait précisément le caractère scientifique des mathématiques dans sa possibilité de déterminer les lois de l'espace et du temps indépendamment de l'observation de la nature. À l'inverse, ce sont maintenant les choses et les processus de la nature qui sont censés déterminer les relations d'espace et de temps. Ce sont eux qui sont censés fournir l'élément mathématique. La seule réalité sûre est abandonnée à leur incertitude.

D'après cette vision des choses, toute pensée d'une réalité porteuse d'essence qui en elle-même se donne sa destination dans l'existence se trouve évacuée du rapport de l'être humain à la nature. Tout n'existe que dans la relation à autre chose.

Dans la mesure où l'être humain se considère parmi les objets et les processus de la nature, il ne pourra échapper aux conclusions tirées par cette théorie de la relativité. – Mais si, comme l'expérience de son être propre le rend nécessaire, il ne veut pas se perdre dans de simples relativités

comme en une impuissance de l'âme, il ne lui sera pas permis dorénavant de chercher ce qui est « essentiel en soi-même » dans le domaine de la nature, mais en s'élevant au-dessus de la nature, dans le royaume de l'esprit.
On n'échappera pas à la théorie de la relativité pour le monde physique; mais on sera de ce fait d'autant plus poussé à la connaissance de l'esprit. L'importance de la théorie de la relativité consiste en ce qu'elle a montré la nécessité d'une science de l'esprit qui soit recherchée par des voies spirituelles, indépendamment de l'observation de la nature. Qu'elle oblige à penser ainsi fait sa valeur dans l'évolution de la vision du monde. »
Pour les problèmes spécifiques de la théorie de la relativité dont il est question ici voir Georg Unger [1967] chap. VIII et Gschwind [1986] ainsi que la littérature qui y est indiquée. Dans le dernier livre cité, cela concerne essentiellement les chapitres *Das Problem der Gleichzeitigkeit, Zur speziellen Relativitätstheorie, Zur Phänomenologie in Licht und Elektrizitätslehre.* Voir également les compléments concernant cette indication dans *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe* n° 114/115 (Dornach 1995) p. 4 *sq.*
Rudolf Steiner a parlé de façon répétée de la théorie de la relativité. Il n'attachait pas grande importance à ce qu'on fasse une différence nette entre la théorie de la relativité restreinte et celle de la gravitation généralisée (que Einstein qualifia de théorie de la relativité généralisée. La liste suivante – qui ne se veut pas exhaustive – concerne les conférences et réponses à des questions R.Q. où il est question de la théorie de la relativité (ThR) :

Conférence	*Année*	*GA*	*pages*	*Points essentiels*
27 novembre	1913	324a	RQ	ThR, vitesse
	1914	18	590-3	Einstein, ThR; espace, temps
20 août	1915	164	251-267	vitesse, Flammarion (Lumen), Minkovski, Planck, Poincarré
15 avril	1916	65	657-8	Concept d'éther (Planck), pesanteur
21 août	1916	170	178-181	Einstein, Lorentz
7 août	1917	176	239	ThR, Einstein
29 août	1919	294	121-123	Pesanteur, ThR, Einstein
25 septembre	1919	300a	92 -93	ThR, Einstein, Lorentz
1er mars	1920	321	20-22	Einstein, ThR, déviation de la lumière
3 mars	1920	321	57	Einstein, ThR, 4e dimension
7 mars	1920	324a	RQ	Vitesse et déviation de la lumière, ThR, Einstein
7 mars	1920	324a	RQ	Équation de masse et énergie, Einstein

24 mars	1920	73a*	12-13	Einstein, Lorentz, masse/énergie
27 mars	1920	73a*	45-51	ThR, éther, vitesse de la lumière, Einstein, Mie, Nordström
31 mars	1920	324a	RQ	Concept d'éther (Planck), ThR, matière impondérable
18 avril	1920	201	90-91	Einstein, ThR
24 avril	1920	201	129 -131	ThR, pesanteur, Einstein
1 mai	1920	201	163	ThR, théorie de mercure
15 mai	1920	201	233	Einstein, ThR, gravitation
22 septembre	1920	300a	233	Einstein (cité)
15 octobre	1920	324a	RQ	ThR, vitesse, Einstein
15 janvier	1921	324a	RQ	ThR, Einstein (mentionné)
7 avril	1921	76/324a	RQ	ThR, logique (mentionné)
12 avril	1921	313	30	Éther, Einstein (mentionné)
27 juin	1921	250 F		
28 juin	1921	205	42-43, 51	Einstein, ThR
8 juillet	1921	205	150-151	Einstein, ThR, logique
7 août	1921	206	110	Einstein, ThR (mentionné)
14 octobre	1921	239	74	Einstein, ThR (mentionné)
15 octobre	1921	207	168-169	ThR (mentionné)
4 novembre	1921	208	137	Einstein, ThR (mentionné)
31 décembre	1921	209	186	Einstein (mentionné)
15 mars	1922	300b	77	Einstein (mentionné)
12 avril	1922	82/324a	RQ	Einstein, absolutités
27 décembre	1922	326	68	ThR, New (mentionné)
28 juillet	1923	228	25-30	ThR, Einstein, lumière
29 juillet	1923	228	52-53	ThR, Einstein, pesanteur
29 juillet	1923	291	209-210	ThR, Einstein, pesanteur
15 septembre	1923	291	126-127	ThR, Einstein
16 novembre	1923	319	RQ, 141	ThR, qualités
2 janvier	1924	316	25	ThR (mentionné)
20 février	1924	352	RQ, 152	Einstein, ThR
27 février	1924	352	175-191	Einstein, ThR, Copernic, astronomie
1er mars	1924	235	84 -85	ThR (mentionné)
16 avril	1924	309	64	ThR, Einstein (mentionné)
30 avril	1924	300c	159-160	ThR
17 mai	1924	353	248	ThR (mentionné), astronomie
20 juillet	1924	310	75-76	ThR, Einstein, son
22 juillet	1924	310	116	ThR (mentionné)
19 août	1924	311	120-121	ThR, Einstein

* Dans l'édition spéciale de 1950

28 On voit bien ici que les critiques que Steiner oppose aux raisonnements d'Einstein ne concernent pas le noyau purement physique de la théorie, mais leur extension à des domaines du vivant et des relations n'appartenant plus à la physique en tant que science de l'inorganique seul.

29 À l'initiative de l'astronome et astrophysicien Arthur Eddington (1882-1944) eut lieu une vérification expérimentale de la prévision d'Einstein selon laquelle des rayons lumineux sont influencés par les champs de gravitation (« aberration gravitationnelle »). La vérification devait concerner la position d'étoiles au voisinage du Soleil pendant une éclipse de Soleil. Deux expéditions britanniques (l'une à la côte ouest de l'Afrique, l'autre au nord du Brésil) reçurent pour mission de photographier le voisinage du Soleil lors de l'éclipse du 29 mai 1919 et de comparer les positions des étoiles avec les positions connues. Le résultat publié le 6 novembre 1919 fut proclamé « grand triomphe » de la théorie d'Einstein. La déviation fut de 1" 75* au bord du Soleil comme Einstein l'avait prévu. Des doutes furent immédiatement soulevés, à l'époque, sur le fait que la précision des déviations trouvées n'était pas forcément suffisante pour prouver de façon absolue la théorie d'Einstein.

Les objections de Rudolf Steiner ne concernent probablement pas ces incertitudes liées à la précision des possibilités techniques de mesures (la répétition de ces expériences et d'autres a depuis dépassé cette précision), mais plutôt à la question de principe si, par des vérifications expérimentales quantitatives aussi poussées soient-elles, on peut ou non prouver l'exactitude et la conformité à la réalité d'un modèle mathématique. Dans ses notes concernant l'œuvre scientifique de Goethe (Histoire de la théorie des couleurs 1re partie, VIe subdivision : la personnalité de Newton) Rudolf Steiner écrit concernant ce problème : « Les jugements mathématiques sont, comme tous les autres, les résultats de certaines hypothèses qu'il faut admettre. Ce n'est que si ces hypothèses sont correctement appliquées à l'expérience que cette dernière doit lui correspondre. Mais on n'a pas le droit de déduire dans le sens réciproque. Un fait expérimental peut très bien correspondre aux déductions mathématiques et pourtant les prémices de la réalité peuvent être différentes de ces hypothèses. Les phénomènes de la lumière concernant les interférences et la réfraction correspondent aux conséquences de la théorie ondulatoire sans que la théorie soit nécessairement vraie. C'est une erreur de croire qu'il suffit que les résultats correspondent à ce que donnent des hypothèses pour prouver qu'elles sont exactes. Les mêmes effets peuvent aussi être produits par d'autres causes, et il est nécessaire de prouver directement la justification, et

* Il s'agit de la seconde d'arc (du degré °) et non de la seconde d'« heure » également utilisée comme mesure d'angle en astronomie (1 seconde = 15").

non par le détour de la confirmation à travers les conséquences». (*Œuvres scientifiques de Goethe* éditées par Rudolf Steiner tome 4, GA. 1, p. 335).

30 Voir Einstein: *Das Relativitätsprinzip,* (La théorie de la relativité) [1911] p.12, *sq.*

«Les choses deviennent vraiment drôles quand on s'imagine ce qui suit: on donne à cette horloge une grande vitesse (presque égale à *c*) et on la laisse continuer à vitesse constante. Après qu'elle a parcouru une distance importante, on lui donne une impulsion contraire de manière à ce qu'elle retourne à son point de départ. On constate alors que la position des aiguilles de l'horloge n'a presque pas changé pendant ce long voyage, alors qu'une autre horloge de construction identique restée immobile au point de départ aura déplacé les siennes de façon très significative. Il faut y ajouter que ce qui est valable pour cette horloge, introduite comme un simple représentant de tous les processus physiques, est aussi valable pour tout autre système physique fermé quelle que soit sa nature. Si on mettait par exemple un organisme vivant dans une boîte et si on lui faisait parcourir le même trajet qu'auparavant à l'horloge, on pourrait obtenir que cet organisme, au bout d'un temps aussi long que l'on voudrait, revienne au point de départ aussi peu changé que l'on voudrait, alors qu'un organisme vivant de nature identique aurait depuis longtemps fait place à de nouvelles générations. Pour l'organisme en mouvement, le temps passé pendant ce long voyage ne serait qu'un instant, si le mouvement avait lieu à une vitesse proche de celle de la lumière! C'est une conséquence irréfutable de nos principes de bases, que nous impose l'expérience [...].

Parmi les conséquences importantes de la théorie de la relativité il faut signaler la suivante. Nous avons montré auparavant qu'une horloge en mouvement marche plus lentement qu'une horloge immobile. Il sera probablement toujours exclu que l'on puisse vérifier cela expérimentalement avec une horloge, parce que la vitesse que nous pouvons lui communiquer est négligeable vis-à-vis de la vitesse de la lumière. Mais la nature nous présente des objets qui ont les caractéristiques d'une horloge et peuvent être déplacés à des vitesses extrêmement élevées. Ce sont des atomes émettant des raies spectrales auxquels nous pouvons communiquer des vitesses de plusieurs milliers de km (rayons canaux). D'après la théorie, il faut s'attendre à ce que les fréquences de vibration de ces atomes soient influencées par leur mouvement de la même façon que le seraient des horloges en mouvement.»

On voit ici clairement qu'Einstein étend sans hésiter ses théories basées sur des réflexions purement physiques à des objets qui n'appartiennent plus seulement à la physique*. Il prétend ainsi implicitement que sa théorie

* Einstein avait réussi à expliquer certains phénomènes optiques par la théorie corpusculaire de la lumière, ce qui le poussait naturellement à cette façon de voir.

n'est pas une théorie ne concernant que les systèmes physiques (au sens restreint du mot), mais le cosmos dans sa totalité. C'est cette façon de voir peu différenciée qui provoque les durs reproches de Steiner contre l'abstraction et le manque d'adéquation à la réalité.
L'anecdote racontée par Rudolf Lämmel (1879-1971), physicien contemporain et ardent vulgarisateur de la théorie de la relativité d'Einstein montre qu'Einstein ne voulait effectivement pas reconnaître de différences significatives entre différents domaines de réalité dans son livre *Die Grundlagen der Relativitätstheorie* (Les bases de la théorie de la relativité) [1921]. « On considère comme la conséquence la plus curieuse de la nouvelle théorie le fait que les objets en mouvement sont plus courts pour l'observateur immobile que pour celui qui les accompagne. De même, le déroulement du temps est plus lent pour celui qui se déplace avec l'horloge [...]. Si, aujourd'hui, nous envoyons une expédition de la Terre dans l'espace à une vitesse moitié de celle de la lumière, ce qui suit devrait arriver si l'expédition revient au bout de 11 ans 1/2 d'absence (à la même vitesse), les participants constateront qu'ils ont été exactement 10 ans en route! [...]. Aux questions: « quelle est la longueur du trajet » et « quelle est la durée du temps » on ne peut plus donner de réponses absolues, mais uniquement par rapport à un observateur donné, donc uniquement une réponse relative, et cette cognition n'est pas une simple remarque philosophique mais un enchaînement assuré par le calcul.
Dans ses conférences devant la société de physique et la société de recherche scientifique de Zurich, Einstein a repris le fil à partir de l'exemple concernant la durée du voyage cité plus haut; il en a déduit que des voyageurs pourraient éventuellement retrouver leurs anciens contemporains comme vieillards, alors qu'eux-mêmes n'auraient été que quelques années en route. L'auteur s'y opposa. La conclusion était valable pour des mesures et des horloges, mais pas pour des êtres vivants. Mais Einstein répondit: tous les processus dans le sang, les nerfs etc. ne sont finalement que des vibrations, donc des mouvements. Or le principe de la relativité est applicable à tout mouvement; la conclusion concernant les vitesses de vieillissement est donc valable! » (p. 84 *sqq.*)
En ce qui concerne le débat autour de la théorie de la relativité dans les premières décades du XXe siècle voir également la solide étude de Henschel [1990].

31 Il s'agit ici des paradoxes qui seront connus sous le nom de « paradoxes de l'horloge » et « paradoxes des jumeaux ». Voir le passage parallèle dans la réponse à des questions du 15 octobre 1920.

32 Voir la note 26 concernant la théorie de l'éther.

33 À ce propos, voir la présentation détaillée dans la conférence du 26 août 1915 (GA 164). Si l'équation *s* = *c t* est interprétée comme relation entre grandeurs, il est inévitable que *c* ait une autre dimension que *s* et *t*; en tout cas il est certain que *c* n'est pas sans dimension. Steiner ne doit pas non plus l'avoir pensé, car cela n'aurait pas de sens dans le cadre du calcul des dimensions de la physique. Pour Steiner, il ne s'agit pas d'une correction du calcul de dimensions, mais du problème de la réalité des grandeurs et opérations de calcul apparaissant en physique. Dans ce sens, la valeur *t* n'a pas de réalité, même si elle apparaît forcément avec une certaine dimension dans les formules. Le facteur « temps » *t* n'est pas sans dimension, mais sans réalité. C'est un simple nombre, *dénué de réalité* profonde.

34 En ce qui concerne la vitesse en tant que réalité, voir les passages parallèles suivants : réponses à des questions du 27 novembre 1913, conférence des 20.08.1915 (GA 164), 06.12.1919 (GA 194), 27.12.1919 et 02.01.1920 (GA 320), réponses à des questions du 15.10.1920, conférence du 06.01.1923 (GA 226).

35 Voir à ce sujet Rudolf Steiner *Introductions aux écrits scientifiques de Goethe* (GA1), chapitre XVI, 2 « das Urphänomen », (le Phénomène originel).

36 Il s'agit ici d'un mouvement direct dans l'air et non protégé à l'intérieur d'un véhicule. Voir à ce sujet les passages parallèles dans les conférences des 07.08.1917 (GA 176), 25.09.1919 (GA 300a), 27.06.1921 (GA 250 F), 28.06.1921 (GA 205), 30.04.1924 (GA 300c), 20.07.1924 (GA 310).

Stuttgart, 7 mars 1920

Réponse à des questions lors du cours *Chaleur et matière*, GA 321. Questions posées par Georg Herbert.

37 La date ne peut être déterminée de façon sûre à partir des documents de l'archive de la *R. S. Nachlassv.* La date du 13 mars 1920 donnée par Schmidt est improbable, car ni dans la conférence de Steiner (GA 321), ni dans la conférence de Kolisko sur « Chimie sans hypothèses » du même jour il n'est question de la théorie de la relativité. Les liens faits dans la remarque de Steiner permettent de penser que cette question-réponse a eu lieu le 10 mars 1920 après la conférence de Hermann von Baravalle du 10.03.1920 « Sur la théorie de la relativité ».

38 Dans le texte des notes se trouve *Drehung* ce qui n'a aucun sens dans le contexte. Il doit s'agir de *Strahlung* = rayonnement.

39 Il s'agit du phénomène de courants électriques dans des gaz sous pression réduite, donc de courants cathodiques, c'est-à-dire d'un courant d'électrons induit par une tension entre l'anode et la cathode. Les remarques de Steiner sont en accord avec les remarques standards des physiciens.
L'énergie cinétique $1/2\ mv^2 = eU$ donnée aux différents électrons d'un courant d'électrons par un champ électrique de tension U, joue un rôle déterminant dans tous les calculs en relation avec des décharges dans les gaz. En outre, la force K de la déviation d'une charge e dans un champ magnétique B, dépend de la vitesse v (force de Lorentz) : $K = evB$
En ce qui concerne les décharges dans les gaz, voir aussi la conférence du 02.01.1920 (GA 320).

40 La relation d'Einstein $E = mc^2$ représente la proportionnalité entre énergie et masse inerte. Elle a souvent été qualifiée de résultat essentiel de la théorie de la relativité. Comme pour d'autres formules de la physique, il n'y a pas de véritable preuve, tout au plus certaines justifications (voir plus bas). C'est ainsi que cette formule est mise à la base de la physique relativiste à la manière d'un *postulat.*
D'après Einstein (1917 § 5) un corps en mouvement de masse au repos m avec une vitesse v a pour énergie cinétique (c étant la vitesse de la lumière dans le vide) :

$$E_{cin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Si on développe l'expression relativiste de l'énergie cinétique E_{cin} en série on obtient :

$$E_{cin} = mc^2 + \frac{1}{2}\, mv^2 - \frac{3}{8}\, \frac{mv^4}{c^2} + \ldots$$

Si $v \ll c$, dans le cas limite non relativiste $v/c \longrightarrow 0$ et il reste $mc^2 + \frac{1}{2}\, mv^2$. L'énergie au repos mc^2 doit donc être ajoutée à l'énergie cinétique ordinaire $\frac{1}{2}\, mv^2$ si l'on doit pouvoir obtenir la mécanique non-relativiste à partir de la mécanique relativiste comme cas limite pour $v/c \longrightarrow 0$. Rien ne change ainsi pour la mécanique non-relativiste car mc^2 est un invariant qui n'a de l'influence que sur le zéro de l'échelle des énergies seulement fixée de façon conventionnelle.

41 Dans les notes (prises après coup), on trouve «... masse et énergie ne seraient qu'une forme masquée de la vieille relation
p. g. Énergie.»

Le sens de cette formule (si elle a été correctement transmise) ne se laisse pas reconstruire. Il pourrait s'agir de la formule de l'énergie potentielle U d'un corps de masse m soumis à un champ de gravitation

$$U = mgz,$$

où g est la constante de la gravitation et z la coordonnée de hauteur. Les considérations de la note 40 donnent effectivement que $E = mc^2$ joue le rôle d'une espèce d'énergie potentielle (l'énergie au repos), qui n'a par contre pas d'importance dans la mécanique non relativiste.

42 Si p est interprété comme une force (au sens d'une *potentia*), alors dans l'expression

$$A = p\ s$$

A représente le travail d'une force constante p le long d'un chemin s.

Stuttgart, 11 mars 1920

Réponse à des questions après le cycle de conférences *Chaleur et matière* (GA 321). Questions d'Ernst Blümel après sa conférence « Über das Imaginäre und den Begriff des Unendlichen und Unmöglichen » (sur le domaine des nombres complexes et la notion d'infini et d'impossible) du 11 mars 1920.

Ernst Blümel (1884-1952), enseignant de mathématiques à l'école de perfectionnement au Goetheanum à Dornach et à la première école Waldorf à Stuttgart. On ne connaît pas de notes concernant la conférence de Blümel.

43 Ernst Müller (1880-1954), mathématicien, écrivain, savant connaisseur de l'Hébreu et de la Kabbale, avait tenu une conférence sur « Les méthodes mathématiques » le 8 mars 1920 à Stuttgart – Jusqu'à présent on n'a pu trouver ni des notes concernant la conférence de Müller, ni les réponses de Rudolf Steiner.

44 Concernant la métamorphose de l'os de la jambe en os du crâne voir également les conférences des 01.09.1919 (GA 293) et 10.04.1920 (GA 201) ainsi que des 1, 10, 11, 15, et 17 janvier 1921 (GA 323).

45 En ce qui concerne la réalité des nombres complexes*, voir aussi les conférences des 12.03.1920 (GA 321) et 18.01.1921 (GA 323).

46 Rudolf Steiner: *Chaleur et matière* (GA 321). Voir en particulier les conférences des 10 et 11.03.1920.

* Il s'agit d'un être mathématique du premier ordre: combinaison d'un nombre réel et d'un nombre imaginaire. Souvent simplement appelé « nombre imaginaire » en Allemagne et en Suisse.

47 Pour ce qui suit, consulter les conférences des 12 et 14.03.1920 (GA 321). Une collection du matériel utilisé pour déformer et dévier le spectre à l'aide d'un puissant aimant se trouve dans les *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe*, n° 95/96, 1987.

48 Variante de texte: [...] «*Das Rot nach der Lage hinausgeht*» «que le rouge sorte d'après sa position» ou «que le rouge sorte du fait de sa position» {passage incompréhensible dans les notes prises}.

49 Voir à ce sujet les développements concernant l'éther et le contrespace dans les conférences des 8, 15 et 18.01.921 (GA 82) et les Questions-Réponses du 7.04.1921 (GA 76), les conférences des 8 et 9.04.1922 (GA 82) et les questions-réponses du 12.04.1922 (GA 82).

50 Rudolf Steiner parle d'une expérience personnelle de ce genre pendant un cours à l'université de Vienne (Autriche) lors d'une conférence du 11.05.1917 (GA 174 b). Leo Königsberger (1837-1921), un mathématicien bien connu à l'époque, refusait les nombres hypercomplexes d'après Rudolf Steiner parce qu'ils conduisent à des «diviseurs de zéro» (voir la note 59). De même que les nombres complexes ne purent percer que lentement, les nombres hyperimaginaires et hypercomplexes ne furent reconnus qu'avec hésitation par les mathématiciens. La discussion à laquelle Steiner fait allusion a en arrière-plan, notamment, l'opposition entre les défenseurs du calcul avec les quaternions de William Rowan Hamilton (1805-1865) et ceux de l'analyse vectorielle telle que l'avaient développée Oliver Heaviside (1850-1925) et Josiah Gibbs (1839-1903). Dans un premier temps, ce dernier s'imposa dans le domaine des applications à cause des progrès de la physique théorique liés à l'analyse vectorielle. Mais, en même temps, le développement de l'algèbre abstraite* produisit de nombreux systèmes de nombres hypercomplexes et les classifia.
Concernant toutes ces discussions, consulter Schouten [1914], introduction, ainsi que Crowe [1967]; concernant l'histoire de la découverte et du développement des systèmes de nombres hypercomplexes, voir Van der Waerden [1985] et pour la mathématique des nombres hypercomplexes Ebbinghaus et d'autres [1988], partie B. En physique moderne, ces derniers, et d'autres systèmes de nombres généralisés, trouvent de nombreuses applications (voir à ce sujet Gschwind [1991] et la littérature qui s'y trouve indiquée).

51 Rudolf Steiner signale dans une conférence du 11.05.1917 (GA 174a) qu'il fut rendu attentif au problème des diviseurs de zéro lors d'un

* «Abstrait» au sens des mathématiques (opposé à concret), et non au sens opposé à vivant.

cours de Leo Königsberger (1837-1921). Les diviseurs de zéro sont des nombres généralisés ayant la propriété de pouvoir donner un produit égal à zéro sans qu'aucun des facteurs ne soit égal à zéro. Königsberger cite le problème dans son premier cours de ses *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Funktionen* [1874], pages 10 à 12, et y écrit concernant l'existence des nombres hypercomplexes: « Si de tels nombres doivent permettre une introduction dans l'arithmétique pure, il faut que le calcul avec eux vérifie les lois de calcul déjà établies – en maintenant la validité des règles de calcul, ce qui est une condition nécessaire pour toutes les grandeurs arithmétiques – et conduise à des résultats qui ne soient pas en contradiction avec les théorèmes principaux de l'arithmétique trouvés pour les nombres réels et complexes. Deux nombres de ce genre doivent donc aussi vérifier que leur produit donne un résultat de même nature, produit qui ne peut pas disparaître sans que l'un des facteurs disparaisse. »
Dans la suite on montre concrètement que le produit de deux tels nombres hypercomplexes peut effectivement s'annuler sans qu'un des facteurs soit nécessairement nul, « ce qui est en contradiction avec la règle de base valable pour les nombres réels qui affirme qu'un produit ne peut être nul sans qu'un des facteurs soit nul. »
Rudolf Steiner reçut plus tard d'Oskar Simony un texte avec dédicace personnelle « Sur deux généralisations universelles des opérations de base de l'algèbre » [1885]. Dans cet écrit qui est dédié à la construction concrète de deux systèmes de nombres hypercomplexes dont l'un possède des diviseurs de zéro, Simony discute dès le début du problème des diviseurs de zéro [1885], § 8 (voir le complément dans *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe*, n° 114/115, Dornach 1995, p. 5).

52 Voir à ce sujet l'étude de Gschwind [1991] et la littérature qui s'y trouve indiquée.

53 Dans les notes dactylographiées prises postérieurement, on trouve *Rotations-Parallelepopoden*, expression inconnue en mathématiques. Il doit s'agir soit d'une faute d'écoute, soit d'une faute de transcription. Qu'il s'agisse de « Parallelepipedon » (parallélépipède) est improbable, vu le contexte. Dans tous les textes se trouvant aux archives, le mot « parallelepopoden » est barré et manuellement surchargé de « Paraboloide » (paraboloïde).
Des paraboloïdes de révolution sont des surfaces engendrées par une parabole en rotation autour de son axe de symétrie. Cette interprétation pose le problème de savoir comment mettre une telle surface en relation avec des cônes en rotation. Sans entrer dans les détails du problème, Gschwind a choisi cette interprétation pour de bonnes raisons et en a tiré des conclusions importantes et fécondes. Une relation entre de telles formes et des nombres hypercomplexes put être trouvée (voir les

compléments détaillés dans *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe* n° 114-115, Dornach 1995, pp. 5 à 7.

54 Rudolf Steiner se réfère probablement ici au problème de la théorie des nombres concernant la résolution de l'équation « diophantienne » $a^2 + b^2 = c^2$ par des nombres entiers rationnels* *a, b, c.* De tels nombres sont appelés *triplets pythagoriciens.* Des méthodes exhaustives pour trouver tous les triplets pythagoriciens étaient connues dès l'antiquité.

55 La création d'une arithmétique et d'une algèbre indépendantes de la géométrie demandée par Steiner a été mise en chantier dès la fin du XIXe siècle. La tendance d'arithmétisation des mathématiques arriva par moment au point où elle faillit éliminer la géométrie. Une fondation rigoureuse de l'algèbre (y compris la théorie des nombres) et de l'analyse, indépendante de la géométrie, est une des acquisitions mathématiques les plus importante du début du XXe siècle. C'était d'abord une affaire interne aux mathématiciens, et il fallut encore attendre assez longtemps avant qu'elle puisse pénétrer dans les manuels et la didactique mathématique.

56 Carl Friedrich Gauss (1777-1855), mathématicien à Göttingen. Pour Gauss, les nombres négatifs étaient définis par rapport aux nombres positifs au sens d'une opposition. Il développe ses idées générales dans *Theoria residuorum biquadraticorum* [1831], p. 175 *sqq.*, où il est dit: « Les nombres positifs et négatifs ne peuvent être d'utilité que là où ce que l'on compte possède son opposé, qui puisse être identifié à une destruction lors de leur réunion. Si l'on y regarde de près, cette hypothèse ne peut être réalisée que là où ce que l'on compte n'est pas substantiel (des objets considérés comme isolés), mais où il s'agit de relations entre chaque fois deux objets. Il est postulé que les objets sont ordonnés dans une suite, ou une séquence: par exemple *A, B, C, D,* etc., et que la relation de *A* à *B* peut être identifiée à la relation entre *B* et *C*, etc. Ici, on n'a besoin, pour le sens de l'« opposé », de rien d'autre que de l'« échange » des éléments de la relation de telle manière que la relation de *A* à *B* doit être représentée par + 1, et celle de *B* à *A* par -1. Cette suite étant non-limitée de chaque côté, chaque nombre entier réel représente la relation d'un nombre arbitrairement placé au début avec un élément précis de la suite. » Voir à ce sujet la discussion dans Kowol [1990] p. 88 *sq.*

57 Eugen Dühring (1833-1921), philosophe et écrivain économiste. Voir en particulier le livre écrit en commun avec son fils Ulrich: E. et U. Dühring [1884]. On y trouve une violente critique de la définition

* Les nombres entiers parmi les nombres rationnels ($\mathbb{Q}$).

gaussienne du négatif. Le négatif s'y trouve surtout présenté en tant que « abstraction d'une soustraction virtuelle », comme étant le seul important, aspect à partir duquel seulement peut naître la notion d'opposé. Ainsi [1884], p. 16 : « Le négatif isolé a comme particularité décisive d'apparaître à travers une relation calculatoire dans laquelle une soustraction ne peut être effectuée, et signale en même temps en outre l'existence d'une opération effectuable. Ces deux relations de calcul, ou si l'on préfère ces deux parties d'une relation de calcul plus générale doivent être soigneusement distinguées. ». Pour comparer le point de vue de Gauss avec celui de Dühring voir Kowol [1990], p. 88 *sq.*

58 En ce qui concerne le point de vue de Dühring voir E. et U. Dühring [1884], chapitres 2, 3, 4 et 13. Une discussion de cette présentation en relation avec d'autres essais se trouve dans Kowol [1990], p. 118 *sq.* et p. 122 *sq.*

59 Voir E. et U. Dühring [1884], chapitre 4, 12, 14 et 15.

Stuttgart, 11 mars 1920

Réponse à des questions après le cycle de conférences *Chaleur et matière* (GA 321). Questions d'Alexandre Strakosch après sa conférence *Die mathematischen Gebilde als Zwischenglied zwischen Urbild und Abbild* (les êtres mathématiques comme intermédiaires entre original et image) du 11 mars 1920 à Stuttgart.
Alexandre Strakosch (1879-1959), ingénieur des chemins de fer, enseignant à la première école Waldorf à Stuttgart. Il ne semble pas y avoir de notes concernant cette conférence.

60 En ce qui concerne les relations entre original et image dans le cadre des mathématiques, consulter aussi l'article de Rudolf Steiner : « Mathématiques et occultisme » dans *Philosophie et anthroposophie* (GA 35).

61 Conférence du 05.03.1920 (GA 321). Au sujet de la création du point de vue géométrique mathématique de la nature volontaire de l'homme, voir également les conférences des 03.01.1920 (GA 320), 29.07.1920 (GA 322), 16.03.1921 (GA 324), 26.12.1922 (GA 326).

62 À propos de la *fliessendbewegliche Geometrie* (géométrie fluante), voir aussi la conférence du 20.01.1914 (GA 326).

63 En ce qui concerne les relations entre les régions du monde spirituel et les dimensions supérieures voir également les conférences des 17.05. et

17.06.1905, ainsi que les réponses à des questions des 07.04.1921 (Ga 76) et 12.04.1922 (GA 82) et les conférences des 19, 20, 22 et 26.08.1923 (GA227).
Ernst Blümel (1884-1952), mathématicien et enseignant. Voir Renatus Ziegler, «Notes biographiques du mathématicien et pédagogue Ernst Blümel» Dornach 1995. *Arbeitshefte der mathematisch-astronomischen Sektion am Goetheanum, kleine Reihe, Heft* 1.

Dornach, 30 mars 1920

Réponses à des questions après la conférence d'Eugène Kolisko «Anthroposophie et chimie» pendant le congrès universitaire scientifique au Goetheanum à Dornach du 21.03 au 31.05.1920.

Eugen Kolisko (1893-1939), médecin et enseignant à la première école Waldorf. On n'a jusqu'à présent pas pu trouver de notes concernant la conférence de Kolisko. Voir à ce sujet le bref compte rendu dans *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 1ere année 1919-1920, n° 45.

64 Goethe, *Traité des couleurs*: «La méditation de l'objet et du sujet dans la démarche expérimentale», Triades, p. 296. Voir à ce sujet Rudolf Steiner *Introduction aux écrits scientifiques de Goethe* (GA 1), chap. X et XVI, *Une théorie de la connaissance chez Goethe* (GA 2), chap. XV, *Goethe et sa conception du monde* (GA 6), chap. «L'apparition des couleurs».

65 La découverte de géométries non-euclidiennes a montré que la géométrie euclidienne n'est pas la seule géométrie pensable. Par conséquent, la question de savoir quelle géométrie correspond à l'espace que connaît notre expérience devint un problème de connaissance pour la science exacte. Au sujet de la portée de cette découverte des géométries non-euclidiennes voir aussi les conférences des 26.08.1910 (GA 125), 20.10.1910 (GA 60), 03.01.1920 (GA 323) 05.04.1921 (GA 76). Concernant l'importance de la découverte des géométries non-euclidiennes pour l'histoire de l'évolution de la conscience, voir Ziegler [1987], et concernant l'histoire de la découverte, voir par exemple Bonola/Liebmann [1919], Klein [1926], chap. IV et Reichardt [1976]. Concernant les relations entre axiomes, phénomènes originaux, et expérience, voir Ziegler [1992], chap. VII et VIII.

66 En *géométrie elliptique*, au sens de la géométrie de Riemann [1867], la courbure de la métrique a une mesure supérieure à 1 et la somme des angles d'un triangle est toujours supérieure à 180°, en *géométrie hyperbolique*, la mesure de la courbure est inférieure à 1 et la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°.

Le lien entre espaces (ou variétés) à courbure constante avec des géométries non-euclidiennes a été découvert par Eugenio Beltrami (1826-1866) et Bernhard Riemann (1836-1866). À la différence de la géométrie euclidienne (théorème de Pythagore), la métrique d'un tel espace est déterminée par une fonction des coordonnées qui, en général, n'est plus une somme de carrés. Voir à ce sujet Klein [1927], chapitre 3 C et Scholz [1980], chap. III.

67 Voir Simony [1881 b], § 5 et [1883] et [1886].

Dornach, 31 mars 1920

Réponses à des questions après la conférence de Karl Stockmeyer «Anthroposophie et physique» pendant le congrès «Anthroposophie et spécialités universitaires» du 21.03 au 7.04.1920 à Dornach.
Ernst August Karl Stockmeyer (1886-1963), enseignant à la première école Waldorf à Stuttgart. Jusqu'à présent, on n'a pu trouver de notes concernant cette conférence. Voir à ce sujet le bref compte rendu dans la revue *Dreigliederung des sozialen Organismus* «Structure triple de l'organisme social», 1re année 1919-20 n° 45.

68 Voir: réponses à des questions du 30.03.1920 et les conférences du 27.03.1920 (GA 73 a) et du 03.01.1920 (GA 320).

69 À titre d'exemple général indiquons ici Bernhard Riemann (1826-1866). Voir à ce sujet: la note 1 pour la conférence du 24.031905, concernant Bolyai, Gauss et Riemann.

70 Voir à ce sujet le début de la réponse à des questions du 11.03.1920: Questions de E. Blümel, et les indications correspondantes.

71 Voir à ce sujet la réponse à des questions du 30.03.1920.

72 Goethe, *Traité des couleurs* [1810], «Avant-propos». Il y est dit dès le début:

«Dès lors que l'on doit parler des couleurs, ne faut-il pas mentionner la lumière avant toute chose? La question est tout à fait naturelle, et cependant nous n'y ferons que cette brève et honnête réponse: il semble risqué – tant de choses et de si diverses ayant été dites sur la lumière – de répéter ce qui a été avancé ou d'ajouter à ce qui a été souvent redit.
«Car en fait, c'est en vain que nous entreprenons d'exprimer l'essence d'une chose. Nous percevons des effets, et tout au plus une histoire

complète de ces effets engloberait sans doute l'essence de cette chose. Nous nous efforçons sans succès de peindre le caractère d'un homme; rassemblons par contre ses actions, ses actes, et nous verrons apparaître une image de son caractère.
« Les couleurs sont des actes de la lumière, des actes et des souffrances. Dans ce sens, nous pouvons attendre d'elles qu'elles nous éclairent sur la lumière. La couleur et la lumière se trouvent, certes, dans un rapport des plus précis, mais nous devons les penser toutes les deux comme appartenant à la totalité de la nature; car c'est elle tout entière qui veut par là se révéler au sens de la vue. » (Triades, p. 79).

73 Le texte dactylographié tiré du sténogramme contient ici le mot *Beharrunstrieb* (principe d'inertie), alors que, vu le contexte, il s'agit du *Beherrschungstrieb* (volonté de puissance) ou pulsion de puissance.

74 Voir réponse aux questions du 30.03.1920 ainsi que la conférence du 30 mars (GA 312).

75 Goethe, *Traité des couleurs* [1806], partie 6: « action physico-morale des couleurs ».

76 Max Planck (1858-1947), physicien théorique à Munich, Kiel et Berlin. L'hypothèse d'un éther quasi matériel comme support pour les processus de lumière et les phénomènes électriques est partie de Isaac Newton (1642-1727) et René Descartes (1596-1650). Cette espèce d'éther qualitative avait pour but d'expliquer des phénomènes dont on ne comprenait pas encore le mécanisme exact. La propriété caractéristique de la théorie de l'éther du XIX[e] siècle est sa quantificabilité, et grâce à cela la possibilité de l'introduire dans les théories mathématiques des phénomènes physiques. Voir à ce sujet le début des réponses aux questions du 07.03.1920 et les notes les concernant.
La formulation de Steiner ne put être trouvée « à la lettre » chez Planck. Mais Planck insiste en [1910] : « Je crois au moins ne pas trouver de résistance chez les physiciens si je dis en résumé que l'hypothèse de l'exacte validité des équations différentielles simples de Mawell-Hertz pour les processus dans l'éther pur excluent une explication mécaniste » (p. 37), et plus loin : « De même on peut certainement avoir raison d'affirmer que le premier pas en direction du principe de la relativité [d'Einstein] coïncide avec la question : quelles relations doit-il y avoir entre les forces de la nature s'il doit être impossible de trouver de quelconques propriétés matérielles à l'éther de la lumière? Si donc les ondes lumineuses se propagent à travers l'espace sans être liées à un support matériel? Dans ce cas, la vitesse d'un corps en mouvement par rapport à l'éther de lumière ne serait naturellement pas défi-

nissable et, encore moins non mesurable. Je n'ai pas besoin de souligner que la façon mécaniste de voir est incompatible avec cette façon de voir {qui s'en déduit}. Celui qui considère que le point de vue mécaniste de la nature est un postulat de la façon de penser la physique, ne pourra jamais sympathiser avec la théorie de la relativité. Mais celui qui juge plus librement demandera d'abord où nous conduit ce principe» (p. 39).

77 Voir à ce sujet la réponse à des questions du 07.03.1920 et les notes correspondantes.

78 Voir à ce sujet, et pour ce qui suit, la réponse à des questions du 11.03.1920 (Blümel) et du 15.01.1921 avec les notes correspondantes.

79 Quelques remarques concernant la dispute au sujet des nombres négatifs se trouvent à la fin de la réponse à des questions du 11.03.1920 (Blümel). Voir à ce sujet Kowol [19, chap. IV B.90].

Dornach, 15 octobre 1920

Réponses à des questions à l'occasion d'une «Conversation sur la science de l'esprit» à l'occasion des «Cours universitaires anthroposophiques» du 26.09. au 16.10.1920 au Goetheanum à Dornach.
Les conférences d'introduction de Rudolf Steiner à ce «Cours universitaire anthroposophique» du 27.07. au 03.10.1920 sur «Les limites de la connaissance de la nature» ont paru dans le GA 322. De nombreuses conférences d'autres participants ont paru imprimées, dans «Aenigmatisches aus Kunst und Wissenschaft» *(Anthroposophische Hochschulkurse des freien Hochschule für Geisteswissenschaft,* Goetheanum in Dornach vom 16. September bis 16. Oktober 1920, Band I und II) Stuttgart, der kommende Tag-Verlag 1922 (Goetheanum Bücherei), ainsi que dans «Kultur und Erziehung» *(Anthroposophische Hochschulkurse der freien Hochschule für Geisteswissenschaft,* Goetheanum in Dornach vom 16. September bis 16. Oktober 1920, Band III), Stuttgart, der kommende Tag-Verlag 1921 (Goetheanum Bücherei). Voir à ce sujet l'annonce du «*Anthroposophischer Hochschulkurs*» avec programme détaillé dans *Dreigliederung des sozialen Organismus,* 2[e] année 1920-1921, n° 9. Des comptes rendus de ce colloque se trouvent dans la même revue aux numéros 15, 16 et 18.

80 Le système planétaire d'après Claudius Ptolémée (env. 100-170) est, dans sa structure de base, le système géocentrique classique avec la Terre immobile au centre. Plus précisément: dans son ouvrage principal *Almagest,* Ptolémée se sert d'une construction compliquée formée de cercles imbriqués pour expliquer le mouvement exact des planètes

(voir à ce sujet Ptolémée [1962], Ziegler [1976], Teichmann [1983], chap. 3,2, Van der Waerden [1988], chap. XIX). Lors du passage du système géocentrique de Ptolémée au système héliocentrique, rien d'essentiel ne change pour la production des orbites planétaires par des cercles imbriqués; seul les rôles de la Terre et du Soleil sont «échangés», ce qui correspond à une transformation géométrique simple. Ensuite, Ptolémée comme Copernic raisonnent essentiellement à travers la cinématique (Steiner dirait la «phoronomique»), c'est-à-dire sans tenir compte des rapports de forces. (Voir à ce sujet Vreede [1980], *Über das Kopernikanische System*, p. 349 à 359, Teichmann [1983], chap. III, Neugebauer [1983], § 40).
Nicolas Copernic (1473-543), dans son œuvre principale *De revolutionibus orbium coelestium* de 1543, 1er livre, chap. XI, décompose le mouvement de la Terre en trois composantes (voir Copernic [1987], pp. 31-32). Le premier mouvement est le mouvement journalier de la Terre autour de son axe, le deuxième le mouvement de la Terre sur une orbite excentrique autour du soleil, et le *troisième* mouvement est le «mouvement en déclinaison». Formulé par Copernic, cela donne:

«Puisque donc par la mobilité de la terre, autant et de si grands témoignages des astres errants sont en accord, nous exposerons maintenant en résumé, le mouvement lui-même, dans la mesure où les apparences seraient démontrées à travers lui-même, comme une hypothèse, qu'il faut tout à fait admettre triple. Le premier que nous avons dit être appelé par les grecs *nycthémère (NII)* [est] le circuit propre du jour et de la nuit autour de l'axe de la terre, tournant du couchant au levant, alors que le monde est pensé être porté dans le sens opposé, en décrivant le cercle équinoxial que quelques-uns nomment d'égalité des jours, imitant le sens des Grecs chez lesquels il est appelé *de jour égal (NII)*. Le second est le mouvement annuel du centre qui décrit le cercle des signes autour du Soleil semblablement du couchant au levant, ce qui est s'avançant dans l'ordre [des signes] entre Vénus et Mars, comme nous avons dit, avec ce qui s'appuie sur lui. Par cela est fait que le Soleil lui-même semble traverser le zodiaque par un mouvement semblable: de manière, par exemple, que le centre de la terre restant sur le Capricorne, le Soleil semble traverser le Cancer depuis le Verseau jusqu'au Lion et ainsi de suite, comme nous avons dit. Pour ce cercle qui est à travers le milieu des signes, et sa surface, il faut comprendre le cercle équinoxial, et que l'axe de rotation de la terre a une inclinaison. Puisque s'ils restaient fixes et suivaient seulement simplement le mouvement du centre, aucune inégalité des jours et des nuits n'apparaîtrait, mais toujours ou le solstice [d'été] ou le solstice d'hiver, ou l'équinoxe, ou l'été, ou l'hiver, ou en tout cas la qualité du temps resterait semblable à soi. Il suit donc le troisième mouvement de déclinaison également par la révolution annuelle, mais dans les

[signes] précédents, ce qui est revenant en arrière contre le mouvement du centre. Et ainsi par les deux presque réciproquement égaux et allant mutuellement à la rencontre, il arrive que l'axe de la terre et le plus grand équinoxial des parallèles regardant presque dans la même partie du monde, comme s'ils demeuraient immobiles; pendant ce temps le Soleil est discerné se mouvoir à travers l'obliquité du zodiaque par ce mouvement qui [est celui] du centre de la terre, et non autrement que si ce dernier était le centre du monde, pourvu que tu te souviennes que la distance du Soleil et de la terre a dépassé maintenant notre faculté de voir par rapport à la sphère des étoiles fixes».

Chez Rudolf Steiner, les deux premières lois semblent avoir été échangées par rapport au *De revolutionibus coelestium* de Copernic. Mais c'est dans cet ordre que Copernic discute ses trois lois du mouvement de la Terre dans *De hypothetibus motuum coelestium a se constitutus commentariolus* de 1531, appelés aussi plus brièvement *Commentariolus* (voir à ce sujet Copernic [1948], p.12 *sq.* ou [1990], p. 95 *sq.*).
Dans la suite, nous nous tiendrons à l'ordre des trois lois pris par Rudolf Steiner:

1. Mouvement annuel de la Terre sur une orbite circulaire excentrique autour du Soleil.
2. Rotation journalière de la Terre autour de son axe.
3. Mouvement en déclinaison: mouvement conique de l'axe de la Terre en sens opposé à la rotation autour du Soleil.

81 Si on ne tient pas compte du deuxième et troisième mouvement en ne considérant que le *premier*, il s'agit au sens géométrico-cinématique d'une *rotation* de la Terre autour du Soleil. En particulier: l'axe de la Terre ne reste pas parallèle à lui-même – sauf dans le cas particulier où l'axe est parallèle à l'axe de rotation, ce qui n'est pas le cas ici – mais décrit un cône relativement au centre de la Terre. En d'autres termes: le point d'intersection de l'axe prolongé de la Terre avec la verticale à l'orbite de la Terre menée par le Soleil (situé excentriquement) est un point fixe. S'il n'y avait que ce mouvement, il n'y aurait pas de variation de saisons car la Terre occuperait toujours la même position par rapport au Soleil.
Il fallait donc que Copernic introduise un autre mouvement pour obtenir correctement la variation des saisons d'une part, la précession (déplacement du point du printemps) d'autre part. C'est à quoi sert son «mouvement en déclinaison», ou troisième loi de Copernic comme l'appelle Steiner. Elle se compose du mouvement de l'axe de la Terre en sens opposé au mouvement de la Terre autour du Soleil. Cela annule le mouvement de l'axe de la Terre produit par la deuxième loi et introduit en même temps la petite différence nécessaire pour tenir compte de la précession.

82 En 1783 au plus tard, quand William Herschell (1738-1822) découvrit le mouvement propre du Soleil en direction de la constellation d'Hercule (appelé mouvement vers l'apex), on sut que le Soleil n'était pas immobile (voir à ce sujet Wolf [1891-1893], § 292).

83 Rudolf Steiner a souvent parlé d'un mouvement hélicoïdal de la Terre en relation avec celui du Soleil où la Terre suit en quelque sorte le Soleil, par exemple dans les conférences des 24 et 31.03.1905. À partir de la conférence du 01.09.1906, (GA 95), il combine souvent la présentation du mouvement Soleil-Terre avec la troisième loi de Copernic. Plus tard, à partir de 1916, s'y rajoute l'aspect d'un mouvement *lemniscatique* (comme orientation concernant ce problème voir Vreede [1980], *Über das kopernikanische System*, p.49 *sq.*
Dans ce qui suit se trouvent la plupart des conférences et réponses à des questions (R.Q.) où Rudolf Steiner fait allusion au problème du mouvement Terre-Soleil, surtout sur le troisième mouvement de Copernic (3 Copernic), les corrections de Bessel (Bessel) et/ou le problème des mouvements en hélice ou en lemniscates ∞. Particulièrement détaillées et importants sont les exposées des 01.10.1916 (GA 171), 10.04.1920 (GA 201), 3 et 17.01.1921 (GA 323):

Conférence	*Année*	*GA*	*Remarques sur le contenu*
24 mars	1905	324a	hélice
31 mars	1905	324a	hélice
1er septembre	1906	95	3 Copernic
16 septembre	1907	101	(aussi *in* GA 284-85) 3. Copernic
29 avril	1908	98	3 Copernic, hélice
7 novembre	1910	124	
21 mars	1913	145	Cœur et circulation sanguine
5 mai	1915	159	hélice
13 juillet	1914	286	Cœur et circulation sanguine
20 août	1916	272	3 Copernic
1er octobre	id	171	∞
28 mai	1918	181	3 Copernic, Bessel
4 septembre	1919	295	3 Copernic, Bessel
25 septembre	id.	300a	3 Copernic, Bessel
26 septembre	id	300a	spirale
28 septembre	id	192	3 Copernic, Bessel
3 octobre	id	261	3 Copernic, Bessel
3 octobre	id	191	3 Copernic, Bessel
10 avril	1920	201	spirale en progression
11 avril	id	201	Cœur et circulation sanguine
18 avril	id	201	∞, 3 Copernic

1 mai	id	201	Bessel, lemniscate en progression
2 mai	id	201	lemniscate en progression
15 octobre	id	324a	RQ, 3 Copernic, Bessel
2 janvier	1921	323	3 Copernic
11 janvier	id	323	∞, courbe aux boucles
12 janvier	id	323	∞, orbites planétaires lemniscatiques
17 janvier	id	323	lemniscate de rotation, Bessel
18 janvier	id	323	∞
26 août	id	324a	RQ, 3 Copernic
8 octobre	id	343	3 Copernic
5 janvier	1923	220	3 Copernic
5 mai	1924	349	3 Copernic

Différents essais ont été entrepris pour réunir ces indications dispersées de Rudolf Steiner et en faire une interprétation conséquente. Jusqu'à présent, on n'a pas trouvé d'interprétation tenant compte de tous les aspects. Voir à ce sujet (en ordre chronologique) : Locher [1942], Hagemann [1966], Kaiser [1966], Schmidt [1966], Vetter [1967], Van Bemmelen [1967], Unger [1981], Bauer [1981] et [1988], Hemming/Pikall [1983], Hardorp [1983], Junge, Rudnicki [1984], [1983], Adams [1989] (chap. IV), Vanscheidt [1992].

84 Dans l'interprétation mécaniste du système planétaire devenue habituelle depuis Newton, la troisième loi de Copernic est devenue « superflue ». Si la Terre est assimilée à une toupie (presque) symétrique dans le champ de gravitation du Soleil, selon la loi de conservation de l'énergie cinétique de rotation, la direction de l'axe de rotation (l'axe de la Terre) garde sa direction à peu de choses près.
Pour Copernic, une telle interprétation n'était pas envisageable ; elle est bien loin de sa façon de voir les choses. Mais parmi ses successeurs peu regrettèrent, ou même trouvèrent grave, l'abandon de la troisième loi de Copernic. Voir à ce sujet l'indication n° 36 de C.L. Menzer concernant le premier livre de *De revolutionibus*, chap. XI : *Beweis der dreifachen Bewegung der Erde* (preuve du triple mouvement de la Terre) (Copernic [1879], annexe pp. 28 à 31). Le 25.09.1919 (GA 300a), dans ce contexte, Rudolf Steiner signala les publications du poète et écrivain Johannes Schlaf (1862-1941). Voir surtout Schlaf [1914] et [1919], qui se trouvaient dans la bibliothèque de Rudolf Steiner, le premier avec une dédicace personnelle de l'auteur à Steiner.

85 Elisabeth Vreede (1879-1943), mathématicienne et astronome, dès 1924 premier directeur de la section* mathématico-astronomique de

* Section correspond à peu près à ce qu'en France on appelle un département de l'Université.

l'Université libre de Sciences de l'esprit au Goetheanum. Pendant le « Cours universitaire anthroposophique », Elisabeth Vreede tint deux conférences le 13 et le 14 octobre 1920 sur le sujet *Die Berechtigung der Mathematik in der Astronomie und ihre Grenzen* [1922].

86 Vreede [1922] pp. 138 *sq* et 160 *sq*. Voir également la note 91 concernant Bessel.

87 Carl Unger (1878-1929), industriel, ingénieur et philosophe. Pendant le « cours universitaire anthroposophique », Carl Unger tint du 11 au 16.10 six conférences sur le thème « l'œuvre de Rudolf Steiner » [1921]. Voir à ce sujet le compte rendu de ces conférences par Willy Storrer dans Unger [1921], surtout partie III et IV.

88 En ce qui concerne la théorie de la relativité et ce qui suit, voir la réponse à des questions du 07.03.1920 avec les indications correspondantes, ainsi que les réponses à des questions du 31.03.1920 et du 15.01.1921.

89 Voir à ce sujet le passage d'Einstein [1911] cité dans la note 30 de la réponse à des questions du 7.03.1920. Il s'agit d'un problème connu plus tard sous le nom de « paradoxe des jumeaux » ou « paradoxe de l'horloge ». Son interprétation est encore controversée de nos jours. Cela tient à la signification de la notion de temps en physique, surtout avec l'interprétation des notions de « temps propre » d'un système physique dans le cadre de la théorie de la relativité. Voir par exemple à ce sujet Gschwind [1986] et la littérature indiquée.

90 D'après Einstein, le principe de la relativité restreinte [1917], § 18, dit que les lois physiques naturelles sont formellement identiques pour deux systèmes de références (inertiels) se déplaçant uniformément. On suppose dans ce cas qu'il existe de tels systèmes. Dans le cas des exemples de vulgarisation tirés de la mécanique, ces conditions ne sont en général pas rigoureusement vérifiées, de telle manière que même du point de vue de la physique ils ne sont pas conformes à la réalité.
Ainsi le système « Terre » est un système en accélération, comme tout système en rotation, comme le système « voiture ». Une voiture en mouvement uniforme exécute dans tous les cas un mouvement accéléré, car elle doit surmonter la résistance du frottement et ne reste pas, non plus, invariante à cause de l'usure – et cela encore plus quand elle a une panne et que sa vitesse se réduit. Il en est de même dans l'autre cas souvent cité du train et du talus.
Les seuls exemples réalistes au sens de la physique pour des relations relativistes sont originaires de la physique atomique ou sub-atomique, ce à quoi Einstein lui-même rend attentif dans sa conférence [1911].

Mais d'après Rudolf Steiner, ce domaine ne peut être saisi dans son entière réalité que par un élargissement grâce à l'anthroposophie, (voir les conférences du premier et du deuxième cours scientifique GA 320 et GA 321).

91 Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846) astronome, géodésien, et mathématicien à Königsberg (*Kaliningrad*). Bessel a contribué de façon fondamentale au développement de la technique des observations astronomiques. Ses contributions concernent aussi bien l'amélioration des instruments, l'analyse systématique des erreurs des instruments et des observations qu'une soigneuse correction des observations.
La position d'un astre directement mesurée doit être débarrassée des erreurs des instruments ainsi que de l'influence de la réfraction due à l'atmosphère terrestre. Ensuite, pour obtenir une valeur comparable à des valeurs standards objectives, il faut les ramener en arrière à une date commune (époque), puis tenir compte des effets dus au mouvement de la Terre et se ramener du point de vue topocentrique au point de vue géocentrique (c'est-à-dire tenir compte de la position de l'observatoire: sa position par rapport au centre de la Terre). C'est pour cela qu'une connaissance précise de la précession, de la nutation (petites oscillations de l'axe terrestre dues à la Lune), ainsi que des effets de l'aberration (déplacements apparents des astres dus à la vitesse de la lumière qui n'est que finie, et aux mouvements de la Terre) journalière, annuelle, et séculaire est nécessaire.
L'exploitation par Bessel des positions de 3 222 étoiles déterminées par James Bradley (1693-1762) à l'observatoire de Greenwich devint la pierre angulaire de l'astronomie d'observation. Ainsi, pour la première fois, on avait à sa disposition des positions d'astres fiables. Bessel publia ses résultats dans son ouvrage *Fundamenta astronomiae pro anno 1755 deducta ex observationibus viri incomparabilis James Bradley in specula astronomica grenovicensi per annos 1750-1767 institutis»* (Königsberg, 1818) ainsi que dans *Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicuman ab anno 1750 usque ad annum 1850 computatae* (Königsberg, 1830).
Grâce aux recherches dans ce domaine, Bessel obtint une amélioration des valeurs des mouvements propres des étoiles, et pour la première fois la détermination d'une paralaxe de certaines étoiles. Ces paralaxes constituèrent la première preuve du mouvement annuel de la Terre. (Lire à ce sujet, ainsi que pour d'autres preuves de ce mouvement, Teichman [1983] chap. III-IV).
Les formules des «corrections de Bessel» concernent essentiellement les influences annuelles et séculaires de la précession et de la nutation. (voir Schmidt [1967] Wolf [1890-1893] § 609 et § 613 et par exemple *The astronomical Almanac*, 1981 (pp. B22 *sq.*).

92 Albert Steffen (1884-1963), poète, depuis 1924, premier directeur de la section des Belles-Lettres de l'Université libre des sciences de l'esprit au Goetheanum à Dornach. Pendant le « Cours universitaire anthroposophique », Albert Steffen tint deux conférences les 14 et 15.10.1920 sur le thème « La crise dans la vie de l'artiste et la science de l'esprit » Albert Steffen a publié son compte rendu dans la collection *Die Krisis im Leben des Künstlers* [1922]. Y voir également l'article sous le même nom, partie II, pp. 31 *sq.*

93 La théorie des ensembles a été créée par Georg Cantor (1845-1918) presque tout seul. Steiner reçut de Cantor un exemplaire dédicacé et empli de corrections manuelles de sa *Lehre des Transfiniten* (Cours sur le transfini) [1890]. En 1884, Cantor donne comme définition d'un ensemble ce qui suit : « Par "ensemble" j'entends de façon générale chaque "beaucoup" qui peut être pensé comme un tout, c'est-à-dire un regroupement de certains éléments qui peuvent être liés par une loi en un tout, et je crois ainsi définir quelque chose de parent à la notion platonicienne de *eidos* ou *idea* [...]. » (Cantor [1932], p. 204, note).
Les développements de Rudolf Steiner se réfèrent aux recherches de Cantor sur les hiérarchies (les différents niveaux) de l'infini. À la base de ses recherches se trouve la définition citée par Steiner (sémantiquement) : Par « *cardinalité* » d'un ensemble *M* (qui se compose d'éléments bien différents, conceptuellement séparés *m, m'*, ... et est ainsi défini et délimité) j'entends la notion universelle, ce que l'on obtient en ne tenant compte ni de la nature des éléments, ni des relations que ces éléments pourraient avoir entre eux ou avec d'autres éléments, donc en particulier de l'ordre qui pourrait exister entre eux, et ne tenant compte que de ce qui est commun à tous les ensembles qui sont équivalents à *M*. J'appelle deux ensembles *M* et *N* équivalents s'ils peuvent se mettre en coïncidence biunivoque (chaque élément en correspondance avec un et un seul élément) Cantor [1890] p. 23 *sq.* ou [1932] p. 387). Voir le texte « Georg Cantor et Rudolf Steiner » dans *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe* n° 114-115, Dornach 1995.

94 Oswald Spengler (1880-1936), d'abord enseignant de mathématiques, puis écrivain indépendant. Le premier tome *Gestalt und Wirklichkeit* de son œuvre principale *La décadence de l'Occident* dont la 1re édition parut en 1918, atteignait déjà en 1920 les 23e à 32e éditions, soit de 37 000 à 50 000 exemplaires. Le 2e tome *Welthistorische Perspektiven* parut en 1922 (1re à la 15e, 16e à la 30e, 31e à la 43e édition [51 000 à 70 000 exemplaires]) mais n'eut pas une aussi grande influence que le premier tome.

95 Le deuxième principe de la thermodynamique repose sur le concept d'entropie que Robert Clausius (1822-1888) fut le premier à formuler.

Il dit: Dans un système fermé, lors de tout processus de thermodynamique réel, l'entropie tend vers un maximum. Dans le cadre de la physique, une «preuve» de ce principe ne peut signifier que: on peut le ramener à d'autres théorèmes non démontrés ou à des axiomes. C'est ainsi que, dans la théorie cinétique statistique des gaz de James Clark Maxwell (1831-1879) et de Ludwig Boltzmann (1844-1906), le deuxième principe de la thermodynamique prend l'aspect d'un théorème démontrable (le théorème *H* de Boltzmann) qui part de l'hypothèse du désordre moléculaire total.

96 Comte Hermann Keyserling (1880-1946), philosophe et écrivain cofondateur et directeur scientifique de la *Schule der Weisheit* (*Gesellschaft für freie Philosophie)* (l'École de Sagesse «société pour une philosophie libre») à Darmstadt. Voir par exemple les ouvrages *Das Reisetagesbuch eines Philosophen* [1919a]; *Der Weg der Vollendung*; *Des Grafen Hermann Keyserling philosophisches Schaffen* [1919b] et *Philosophie als Kunst* [1920].

97 Keyserling, *Philosophie als Kunst* [1920]: «L'école de Sagesse doit devenir un troisième élément à côté de l'Église (au sens élargi non confessionnel du mot) et de l'Université. Sa relation avec la première serait que, comme elle, elle a tendance à former l'homme entier, à spiritualiser son âme, mais recherche en plus une synthèse entre la vie de l'âme et l'esprit indépendant et entièrement conscient, de telle manière que l'instance supérieure ne soit pas la foi, ni le savoir abstrait, mais que foi, savoir et vie se fondent en une unité supérieure de conscience. Sa relation avec la deuxième serait un couronnement. Un couronnement dans la mesure où elle aurait pour mission d'incorporer le savoir acquis à l'Université à une synthèse de vie capable de s'incorporer de manière organique le savoir abstrait extérieur, et transformerait le seulement «capable» en un «existant».»

98 Il s'agit probablement ici d'une allusion à l'hebdomadaire *Die Zukunft*, édité par Maximilien Harden tome 1 à 118, 1re année 1892 jusqu'à la 30e année 1922). L'article de Hermann Keyserling n'a pas encore été trouvé.

99 Voir les discussions concernant Keyserling dans les numéros 20 à 25 de la revue *Dreigliederung des sozialen Organismus*, 2e année 1920-1921, surtout le compte rendu de Ernst Üehli (1875-1959) de la conférence de Rudolf Steiner du 16.11.1920 à Stuttgart dans les n° 21-22. On trouve en outre des choses concernant Keyserling dans la conférence du 26.08.1921 dans *Gegenwart* 15e année 1953-1954, cahier 2, pp. 49 à 64.

100 La source de ce dire de Hermann Keyserling n'a pu être trouvée.

101 Goethe, *Faust II*, 2e acte, deuxième scène, laboratoire.
Homunkulus dit à Wagner à qui il dit de rester en place à la maison (vers 6989 *sq.*).

« Déploie les vieux parchemins,
Assemble suivant la formule les éléments de vie
Et unis-les avec prudence l'un à l'autre,
Réfléchis au *quoi*, mais plus encore au *comment*,
Et moi, en parcourant un petit morceau du monde,
Je découvrirai peut-être le point sur l'i. »

Stuttgart, 15 janvier 1921

Réponses à des questions à l'occasion de 4 conférences pour universitaires sur les relations entre la science de l'esprit et les autres domaines scientifiques;
Première publication des 4 conférences du cycle: *Proben fur die Beziehungen der Geisteswissenschaft zu den übrigen Fachwissenschaften* (Exemples de relations entre la science de l'esprit et les autres domaines scientifiques) (Stuttgart: 11 au 15.01.1921) dans la revue *Gegenwart*: 14e année (1952-53). Celle du 11.01.1921 dans le n° 2 pp. 49 à 67, celle du 12.01.1921 dans n° 3 pp. 97 à 118, 14.01.1921 dans les n° 4 et 5 pp. 145 à 167, 15.01.1921 dans le n° 6, pp. 225 à 236 et n° 7 pages 257 à 268; réponses aux questions du 15.01.1921 dans n° 8 pp. 305 à 317. La publication des conférences est prévue dans le GA 73a. Voir à ce sujet le compte rendu d'Eugen Kolisko (1893-1939) dans *Dreigliederung des sozialen Organismus* 2e année (1920-1921) n° 31 p. 4 *sq.*, n° 32 p. 5, n° 33 p. 4.

102 *Chaleur et matière* (GA 321).

103 Rudolf Clausius (1822-1848): physicien à Berlin, Zürich, Würzburg, Bonn. Clausius est l'un des fondateurs de la thermodynamique moderne basée sur la théorie cinétique des gaz avec Ludwig Boltzmann (1844-1906) James Clark Maxwell (1831-1879). Ses travaux sur la thermodynamique sont réunis dans *Die mechanische Wärmetheorie* [1876-1891]. Voir à ce sujet les conférences des 1 et 11.03.1920 (GA 321).

104 Les éditeurs du cours *Chaleur et matière* (GA 321) signalent des doutes de différents auteurs concernant les bases mécanistes de la thermodynamique. Voir la conférence du 01.03.1920 note pour la p. 26 en pp. 222 *sq.* On peut y ajouter qu'avant la découverte de la mécanique quantique et la statistique quantique, le modèle mécaniste de la structure moléculaire de la nature ne pouvait coïncider avec les résultats de la spectroscopie. Voir à ce sujet Harman [1982] chap. V-VI.

105 L'expérience de Michelson et Morly (1881 *sq.*) devait déterminer la vitesse de la Terre par rapport à un éther physique quasi matériel supposé au repos. Le résultat de l'expérience effectué avec une extrême minutie fut négatif. Par conséquent, toutes les théories de la lumière et de l'électricité basées sur l'hypothèse d'un éther au repos absolu furent au moins remises en doute. Une explication théorique du phénomène fut développée indépendamment par Hendrik Anton Lorentz (1853-1928) et par George Francis Fitzgerald (1851-1901). Albert Einstein (1879-1955) put peu après déduire les formules établies dans ce contexte (par exemple la contraction de Lorentz) à partir des hypothèses à la base de sa théorie de la relativité restreinte (principe de relativité, constance absolue de la vitesse de la lumière dans le vide) ; il se servit pour déduire comme pour illustrer sa théorie d'une séquence d'expériences de pensées.

106 Au sujet de la chaleur de conduction, de la chaleur de rayonnement et de ce qui suit, voir les conférences du 12.03.1920 (GA 321) et du 08.01.1921 (GA 323). On trouve une discussion des équations en question avec les moyens de la mathématique modernes dans Dustman/Pinkall [1992].

107 À ce sujet, voir par exemple Rudolf Steiner *Des énigmes de l'âme* (GA 21) chapitre « Max Dessoir au sujet de l'anthroposophie » ainsi que les discussions autour de Hermann Keyserling à la fin de la réponse à des questions précédentes du 15.10.1920.

Dornach, 7 avril 1921

Disputation pendant le deuxième Cours universitaire du 3 au 10 avril 1921 au Goetheanum à Dornach.
Les conférences de Rudolf Steiner « Anthroposophie et spécialités universitaires » ont été publiées conjointement avec les réponses aux questions (disputations) dans le GA 76. Des comptes rendus de Willy Stokar se trouvent dans la revue *Dreigliederung des sozialen Organismus* 2e année 1920-21, n° 42 et 43, et ceux de Eugen Kolisko dans *Die Drei,* 1re année 1921-22, pp. 471-478. Vous trouverez l'invitation au 2e Cours universitaire anthroposophique du 03 au 10.04.1921 de l'Université libre de science de l'esprit au Goetheanum à Dornach avec le programme détaillé dans la revue *Dreigliederung des sozialen Organismus,* 2e année 1920-21 n° 36.

108 Rudolf Steiner se réfère ici à sa conférence du 05.04.1921 dans GA 76 où la notion des trois dimensions n'était qu'effleurée. Pendant les soirées de disputations intercalées, ni le sujet de ces conférences, ni les conférences de Ernst Blümel sur « Lignes de conduite de science

spirituelle pour le traitement scientifique de problèmes scientifiques» n'ont été traités.

109 *Métagéométrie* est une expression qui regroupait différents types de géométries non-euclidiennes et qui n'est plus guère utilisée de nos jours. On y regroupait dans la deuxième moitié du XIX[e] siècle entre autres la géométrie elliptique, la géométrie hyperbolique* la géométrie projective, la géométrie de Riemann (espaces à courbure généralisée), ainsi que les géométries aux dimensions élevées.

110 Voir note 1 de la conférence du 21.03.1905.

111 Sous le nom de géométrie riemannienne, il peut s'agir de la «géométrie elliptique» que Riemann a découverte et décrite en premier (elle est proche parente de la géométrie sur une sphère) ou de la théorie générale des espaces courbes (variétés à métrique riemanniennes) dont la géométrie riemannienne est un cas particulier (espaces à courbure positive constante).

112 Kant n'a pas fait la différence entre le point de vue géométrico-mathématique de l'espace et les lois du monde accessible aux sens. Il considérait ces dernières comme étant une conséquence *a priori*, nécessaire, des conditions d'observation sensible fondée dans le sujet lui-même. «L'espace est une représentation nécessaire *a priori* qui sert de fondement à toutes les perceptions extérieures» (*Critique de la raison pure* PUF, 1971, p. 56). «La certitude apodicritique des principes géométriques et la possibilité de leur construction *a priori*, sont basées sur cette nécessité». Il s'en suit que «la géométrie est une science qui détermine synthétiquement et cependant *a priori* les propriétés de l'espace» (idem p. 57). «[...] par exemple: L'espace n'a que trois dimensions; mais des propositions de cette nature ne peuvent pas être des propositions empiriques ou des jugements d'expérience, ni dériver de ces jugements.»

«Comment, maintenant, peut-il y avoir dans l'esprit une intuition extérieure qui précède les objets eux-mêmes et dans laquelle le concept de ces derniers peut être déterminé *a priori*? Cela ne peut évidemment arriver qu'autant qu'elle a simplement son siège dans le sujet, comme la propriété formelle qu'a le sujet d'être affecté par des objets et de recevoir par là une *représentation immédiate* des objets, c'est-à-dire une intuition, et par conséquent comme forme du *sens* externe en général.» Il est donc vrai que: «L'espace n'est rien autre chose que la forme de

* La géométrie elliptique comme la géométrie hyperbolique ne respectent pas le postulat d'Euclide. Elles ne sont pas, comme le nom pourrait le faire croire des géométries spécialisées dans l'étude de ces deux types de courbes. Il serait difficile et long d'expliquer pourquoi elles ne portent pas leur nom par hasard.

tous les phénomènes des sens extérieurs, c'est-à-dire la condition subjective de la sensibilité sous laquelle seule nous est possible une intuition extérieure. »

Ainsi pour Kant les lois du monde sensible coïncident avec l'ensemble des principes géométriques pensables. À l'époque de Kant, les idées concernant les géométries non-euclidiennes et les espaces à plus de trois dimensions n'étaient pas encore apparues en mathématiques, ni même la claire différentiation entre propriétés topologiques et propriétés métriques qui ne remonte qu'à Riemann. C'est pour cela que Kant ne voyait aucune différence entre la notion topologique de non-borné et la notion métrique d'infini (qui concernent les notions de mesure). C'est ainsi que dans ses « Antinomies de la raison pure » on trouve un passage où Kant proclame l'impossibilité de résoudre certains problèmes s'ils ne sont pas interprétés de son point de vue : « Il en est de même de la double réponse faite à la question qui concerne la grandeur du monde quant à l'espace. Car *s'il est infini* et illimité, il est alors *trop grand* pour tous les concepts empiriques possibles. *S'il est fini* et limité, on demande encore, à bon droit ; qu'est-ce qui détermine cette limite ? » La notion d'espace de Kant liée à la géométrie tridimensionnelle euclidienne ne peut plus être adaptée aux différents concepts d'espace comme ils ont été développés par l'évolution des mathématiques. Un des premiers qui y a rendu attentif du point de vue de la physique et de la physiologie est Hermann von Helmholtz (1821-1894). Voir à ce sujet son discours *Die Tatsachen der Wahrnehmung* (Les réalités de la perception) [1878].

113 Les discussions sur les paralogismes (conclusions erronées ou fausses) de la raison pure forment ensemble avec les discussions sur les antinomies l'essentiel du deuxième livre de la « dialectique transcendantale » de la *Critique de la raison pure* [1787]. Kant a pour but, avec la critique des paralogismes, de critiquer les affirmations de la psychologie rationaliste de l'époque concernant les problèmes de l'invariabilité, de la préexistence de l'âme etc., et non la discussion classique des conclusions erronées.

« Le paralogisme logique consiste dans la fausseté de la forme d'un raisonnement, quel qu'en soit par ailleurs le contenu. Mais un paralogisme transcendantal a un principe transcendantal qui nous fait conclure faussement quant à la forme. De cette manière, un tel raisonnement vicieux a son fondement dans la nature de la raison humaine et entraîne une illusion inévitable, mais non insoluble. » Kant essaye de montrer, ici dans la discussion des paralogismes également, comme plus tard dans la discussion des antinomies de la raison pure, qu'elles ne se résolvent que si, à la base du raisonnement, on met son

opinion que l'on ne peut savoir quelque chose sur les manifestations des « choses en soi », et que la raison d'après des raisons spéculatives (comme d'après les façons de voir l'espace et le temps) ne peut qu'ordonner, mais qu'une vision-interprétation directe des choses n'est pas possible.
Dans l'étude des paralogismes de la raison pure, le problème de l'espace ne joue qu'un rôle accessoire : au quatrième paralogisme sur la relation de l'âme « à des objets *possibles* dans l'espace ».
Lors de la discussion du système des idées cosmologiques dans le passage sur les « antinomies de la raison pure », le point de vue de Kant sur l'espace est par contre d'une importance fondamentale.

114 L'espace tridimensionnel d'Euclide fut évidemment le point de départ historique et le fondement des concepts non-euclidiens (géométrie projective, espaces courbes, espaces à *n* dimensions). Dans cette mesure, les nouvelles formes spatiales sont de nature dérivée ; elles ne sont pas des cas particuliers, mais des extensions de la conception de notions d'espace basées sur les concepts de base euclidiens. La remarque de Steiner sur un cercle vicieux concerne le fait qu'il ne s'agit que d'une apparence d'extension, tant que les concepts concernés dépendent dans une large mesure du point de départ euclidien.
Le développement ultérieur des mathématiques a montré qu'on peut se passer de la base de départ euclidienne, que les lois de l'espace peuvent être développées par étapes, sans présupposer, de quelque manière que ce soit, des formations de concepts spécifiquement euclidiennes. Pour ce faire, on part d'une « variété topologique » définie indépendamment de coordonnées, on la complète par des structures métriques (et éventuellement des structures de géométrie différentielles), et on obtient de cette manière une « variété métrique » dont la géométrie euclidienne n'est plus qu'un cas particulier. Vu du point de vue de la systématique, il n'y a plus de cercle vicieux. À l'époque des questions-réponses de Steiner, ces questions n'étaient, même dans les cercles des mathématiciens, pas encore définitivement élucidées. Voir à ce sujet les feuilles de notes de Rudolf Steiner dans *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe*, n° 114-115, pp. 49 *sq.*
En ce qui concerne la structure de l'espace réel, les concepts mathématiques ne donnent dans chaque cas que des formes d'espace possibles, et dans ce sens elles sont abstraites, non reliées à la réalité tant que leur adéquation à la réalité n'a pas été éclaircie.

115 La conception de l'espace datant d'Euclide (320 à 260) dans ses *Éléments* en 13 volumes au Ier et surtout au XIe livre. Elle s'oriente essentiellement sur la base de la stéréométrie, c'est-à-dire sur l'enseignement des corps de l'espace à trois dimensions.

116 En ce qui concerne les relations entre imagination, inspiration, intuition et les dimensions de l'espace, voir les conférences des 19 et 26.08.1923 (GA 227 pp. 39-41, 161-163). Et également celles des 17.05.1905 (GA 324a), 16.09.1907 (GA 101), 15.01.1921 (GA 323), 8.04.1922 (GA 82), 24.06.1922 (GA 213) ainsi que les réponses à des questions du 12.04.1922 (GA 82 et 324a).

117 Voir les conférences des 9 et 10.04.1921 (GA 201), 17.03.1921 (GA 324), 26 et 27.12.1922 et 01.01.1923 (GA 326). Rudolf Steiner développe d'un tout autre point de vue la non-permutabilité des trois dimensions de l'espace objectif au chapitre « le concept goethéen d'espace » dans les *Introductions aux œuvres scientifiques de Goethe* (GA 1).

118 La géométrie de l'espace d'Euclide est encore essentiellement de la stéréométrie, c'est-à-dire la science des propriétés des corps solides. L'angle droit, l'orthogonalité y jouent un rôle essentiel. Mais le cube avec le système de trois axes orthogonaux qui lui est lié n'ont pourtant aucune position privilégiée chez Euclide.
L'introduction implicite de ces trois axes comme système de référence pour l'étude algébrique des courbes remonte pour l'essentiel à Pierre de Fermat (1601-1665) et René Descartes (1595-1650). Chez tous les deux, les axes ne jouent encore aucun rôle comme système indépendant que l'on pourrait considérer détaché de l'objet étudié. De plus, chez Fermat comme chez Descartes, le système d'axes n'était souvent pas orthogonal, mais oblique. Il en de même pour les travaux qui sont reliés à ceux de ces pionniers et le développement de la géométrie analytique jusqu'à la fin du XVIIIe siècle. L'utilisation systématique de deux directions orthogonales ou obliques comme système de référence pour les coordonnées ainsi que la discussion de courbes algébriques se trouvent la première fois chez Isaac Newton (1643-1727) dans son mémoire *Enumeratio linearum tertii ordinis* (1676). Newton utilise la première fois des coordonnées négatives de façon systématique et dessine donc des courbes dans les quatre quadrants du système de coordonnées. La géométrie analytique de l'espace et l'utilisation de trois axes orthogonaux remontent aux études systématiques de surface de la part de Leonhardt Euler (1707-1783). La formulation définitive de la géométrie analytique au sens moderne apparut au tournant du XVIIIe au XIXe siècle à travers Gaspard Monge (1746-1818) et son disciple François Lacroix (1765-1843), un des auteurs de manuels de mathématiques du XIXe aux plus grands succès. Si, auparavant, les systèmes de coordonnées étaient introduits à partir d'une structure géométrique particulière, la géométrie analytique devint maintenant un enseignement des objets géométriques et de leurs relations intérieures et réciproques dans le cadre d'un système préétabli. Voir à ce sujet l'œuvre standard de Boyer [1956].

119 Revoir la problématique discutée en note 114.

120 Voir à ce sujet surtout les réponses à des questions du 07.03.1920 et les notes correspondantes, surtout la note 27.

Dornach, 26 août 1921

Réponses à des questions *(open discussion)* lors du *Summer Art Course* (cours d'été au Goetheanum du 21 au 27 août 1921.
Les résumés des conférences de Rudolf Steiner faits par lui-même ont été publiés dans les *Nachrichten der Rudolf Steiner Nachlassverwaltung* (plus tard *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe*) n° 8, 1962, pp. 4 à 20. Le programme détaillé fut publié dans les revues *Dreigliederung des sozialen Organismus* 3e année, n° 5 et *Das Goetheanum* tome 1, 1921-1922 n° 1. Des notes prises après les conférences furent publiées la première fois dans la revue *Gegenwart.* Dans la 14e année 1952-1953 n° 9-10, pp. 353 à 363 se trouve la conférence d'introduction du 21.08.1921, n° 11, pp. 428 à 477 la conférence du 23.08.1921. Les conférences des 24 et 26.08.1921 dans la 15e année 1953-1954 n° 1, pp. 4 à 19 et n° 2, pp. 44 à 63. La réponse aux questions n'a pas été publiée jusqu'à présent. Elle est prévue dans le GA 73a.

121 Voir à ce sujet et par rapport à ce qui suit la réponse aux questions du 15.10.1920 et les notes la concernant.

122 Voir à ce sujet les conférences des 02.05.1920 (GA 201), 16.01.1921 (GA 323)

123 Rudolf Steiner utilise ici l'ordre des lois comme Copernic le fait au premier livre de son œuvre principale *De revolutionibus orbium coelestium,* chapitre 11. Voir à ce propos la réponse à des questions du 15.10.1920 et les notes 80 et 81.

124 C'est probablement une allusion aux simplifications {ou « rectifications »} de Bessel citées par Steiner lors d'une réponse à des questions du 15.10.1920.

La Haye, 12 avril 1922

Réponses à des questions à la fin d'un cours pour des universitaires à La Haye du 7 au 12.04.1922.
Les conférences de Rudolf Steiner du 7 au 12.04.1922 à La Haye sont publiées dans *Pour que l'homme devienne entièrement homme. L'importance de l'anthroposophie pour la vie de l'esprit de notre temps.* (GA 82) Dornach 1994.

125 Pour Hinton, consulter la note 18 pour la conférence du 31-03-1905, et pour le tessaract la conférence du 31-05-1905 et les notes la concernant.

126 Voir la réponse à des questions du 07.04.1922 ainsi que les notes 116 et 117.

127 Voir les conférences des 8, 9 et 10.04.1922 (GA 82).

128 Voir les passages analogues à la fin de la conférence du 10.01.1921 (GA 323), pp. 199 et 200, ainsi que le début de la conférence du 18.01.1921 (GA 323), pp. 118 à 120.

129 Il s'agit probablement de la conférence dans la «Société mathématique» tenu tenue à Bâle au 2[e] semestre 1921-1922. Plus de détails se trouvent dans l'article «Au sujet d'une conférence mathématique de Rudolf Steiner à Bâle» dans *Beiträge zur Rudolf Steiner Gesamtausgabe*, n° 114-115, Dornach 1995.

130 Voir le passage parallèle dans les conférences du 11.01.1921, *Gegenwart*, tome 14, pp. 41 à 67, surtout p. 65, et du 05.04.1921, GA 76.

131 Voir réponse aux questions du 07.03.1920 et les notes les concernant.

131a *N.d.Tr.*: En analyse p-adique, par exemple, on utilise différentes mesures de distance sur un même espace. Bien qu'écrit seulement pour ceux qui ont entendu parler de l'analyse p-adique, ceci me paraît extrêmement important.

132 Pour plus de détails voir *Métamorphoses de la vie de l'âme* (GA 58 et 59), les conférences du 28.10.1909 et du 17.02.1910.

133 Friedrich Wilhelm Ostwald (1853-1932) chimiste, spécialiste des couleurs, philosophe naturaliste. Dans sa conférence «Die Überwindung des wissenschaftlichen Materialismus» (Surmonter le matérialisme scientifique) du 20.09.1895, qui représente également un plaidoyer pour sa *Weltanschauung* basée sur l'énergétique, et un contraste conscient à la *Weltanschauung* mécaniste d'Émile du Bois-Reymond (1818 -1896), il est dit: «S'il semble que, du moment que l'entreprise de vouloir expliquer les phénomènes de la physique dans chaque expérience physique par la mécanique mène finalement à un échec, on ne peut refuser d'en déduire qu'il est encore moins possible de le faire avec succès dans les phénomènes incomparablement plus compliqués du monde organique. Les mêmes contradictions de principe se manifestent ici également, et l'affirmation que tous les phénomènes de la

nature se laisseraient ramener à des phénomènes mécaniques ne peut même pas être qualifiée d'hypothèse de travail utilisable; c'est tout bonnement une erreur. Cette erreur apparaît le plus nettement dans le fait que les équations de la mécanique ont toutes la propriété de permettre le changement de signe de la variable-temps. Les processus mécaniques, théoriquement parfaits, pourraient, eux, aussi bien se dérouler dans un sens que dans l'autre. Dans un monde purement mécanique, il n'y aurait donc ni avant ni après au sens de notre monde. L'arbre pourrait redevenir graine, le papillon chenille, le vieillard enfant. La conception mécaniste ne sait pas expliquer pourquoi cela n'a pas lieu et, à cause des propriétés signalées des équations, elle ne peut pas le faire. Le fait de l'effective non-réversibilité des phénomènes de la nature démontre donc l'existence de processus ne pouvant être représentés par des équations de la mécanique, et ainsi est prononcé la condamnation du matérialisme scientifique» ([1895], p. 20 *sq.*).

134 Il s'agit ici du fait qu'une droite projective (une «droite accomplie») n'a qu'un seul point à l'infini et non deux.

135 Le vrai fondateur de la perspective est Filippe Brunelleschi (1377-1446), architecte et constructeur de la coupole de la cathédrale de Florence. De premiers avancements de la nouvelle théorie de la perspective sont dus à l'architecte et savant Léon Battista Alberti (1401-1472) ainsi qu'au peintre et mathématicien Piero della Francesco (1416-1492). Pour l'espace culturel au nord des Alpes le *Underweysung der messung mit dem Zirckel und richtscheyt in linien, eben und gantzen corporen* (1525) de Albrecht Dürer (1471-1528) eut une influence décisive.

136 En ce qui concerne la perspective grâce aux couleurs, voir la conférence du 02.06.1923 (GA 291) et celle du 19.04.1922 (GA 304) et les réponses aux questions du 11 mars 1920.

Dornach, 29 décembre 1922

Remarques complémentaires pendant le cycle de conférences *Naissance et devenir de la science moderne* (GA 326). Remarques concernant la discussion qui suivit la conférence de Blümel: «Les quatre dimensions à la lumière de l'anthroposophie». Jusqu'à présent on n'a pas pu trouver de notes postscriptes.

137 Il s'agit des conférences des 26, 27 et 28.12.1922 (GA 326). En ce qui concerne l'espace tactile et l'espace visuel voir les conférences du 17.03.1921 (GA 324) et du 01.01.1923 (GA 326).

138 Rudolf Steiner a souvent, en différents lieux, signalé ce passage à la limite d'une sphère en un plan et d'un cercle en une droite. Voir les passages de la conférence du 24.03.1905, les réponses à des questions du 02.09.1906, du 28.06.1908 et du 25.11.1912 dans ce tome, qui constituent un parallèle à ce passage.

139 En ce qui concerne ce « saisir la réalité » en relation avec la géométrie projective, voir les conférences du 11.01.1921 (publié dans *Gegenwart*, tome 14, 1952 N° 2, pp. 49 à 67 (prévues dans le GA 73a) du 05.04.1921 (GA 76), et la réponse aux questions du 12.04.1922 (GA 324a et GA 82).

140 De nos jours, l'expression « mouvements forcés » est utilisée dans le sens de « mouvements n'ayant qu'un degré de liberté », c'est-à-dire qui subissent des restrictions telles que le mouvement n'a plus qu'un seul degré de liberté. On peut admettre qu'ici Rudolf Steiner pense seulement au problème général de mouvements astreints à des conditions restrictives. La façon dont Newton formulait la mécanique se révéla inapte au calcul de mouvements soumis à des conditions supplémentaires restrictives; en plus il n'était pas facile d'utiliser des coordonnées non-orthogonales pour le mouvement. Les deux difficultés se résolvent facilement en utilisant les équations de Lagrange basées sur la notion d'« invariants mécaniques ».

141 Voir la conférence du 27 décembre 1922 (GA 326).

142 En ce qui concerne une gravitation négative, voir les conférences du 7 et du 8.01.1921 (GA 323).

143 L'équation, si elle a été correctement transmise, doit être prise au sens qualitatif et symbolique, c'est-à-dire en tant qu'indication pour une formulation mathématique qui reste à faire. S'il s'agissait d'une vraie équation, il faudrait qu'à droite également se trouve une expression différentielle.

144 Joseph Louis Lagrange (1736-1813), mathématicien, physicien, astronome à Turin, Berlin et Paris. La déduction, la discussion et l'application des équations qui portent son nom constituent l'essentiel de sa *Mécanique analytique* (en français: Paris 1788).

145 Voir la conférence du 28.12.1922 (GA 326).

BIBLIOGRAPHIE

[ ] Toutes les années indiquées entre crochets, après des noms d'auteurs renvoient à la littérature indiquée dans la bibliographie.

* Les ouvrages munis d'un * se trouvaient dans la bibliothèque de Rudolf Steiner (actuellement aux archives de la R. St.-Nachlassverwaltung à Dornach).

Ouvrages cités dans les notes

Abbott, Edwin Abbott [1884], *Flatland: A Romance of many Dimensions,* nouv. édition New York, Barnes & Noble, 1983 (Traduction française: *Flatland,* Paris, Denoël, coll. «Présence du futur», 1984).

Adams, George [1989], *Lemniskatische Regelflächen.* Eine anschauliche Einführung in die Liniengeometrie und Imaginärtheorie. (Mit erläuternden Anmerkungen und einem Anhang über die Geometrie der elliptischen linearen Kongruenzen, herausgegeben von Renatus Ziegler.) Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (Mathematisch-Astronomische Blätter – Neue Folge, Band 14).

Almanac, The Astronomical 1981*sq,* Washington: U.S. Government Printing Service/London: Her Majesty's Stationery Office.

Ballard, Marvin H. [1980], *The Life and Thought of Charles Howard Hinton.* Blacksburg, Virginia (U.S.A.). (Thesis for the degree of Master of Arts in History.)

Banchoff, Thomas [1996], *La quatrième dimension, voyage dans les dimensions supérieures,* Édit. Pour la science, diffusion Belin, Paris 1996.

Bauer, Hermann [1981], Planetenbahnen als Rotationslemniskaten. *Mathematisch Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 121, S. 10-35.

– [1988], *Über die lemniskatischen Plan eten bewegungen. Elemente einer Himmelsorganik.* Stuttgart: Freles Geistesleben.

Bonola, Roberto/Liebmann, Heinrich *[1919], *Die nichteuklidische Geometrie. Historisch-kritische Darstellung ihrer Entwicklung.* Leipzig/Berlin Teubner (2. Auflage).

Boyer, Carl B. [19561, *History of Analytic Geometry.* New York: Yeshiva University (Scripta Mathematica, n°. 6-7).

*Cantor, Georg [1890], *Lehre vom Transfiniten.* Gesammelte Abhandlungen ans der Zeitschrift für Philosophie und Philosophische Kritik. Halle/Saale: Pfeffer.

– [1935], *Abbandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts.* Hildesheim: Olms (Nachdruck: Olms 1966 und Springer 1990).

Clausius, Rudolf [1876-1891], *Die mechanische Wärmetheorie.* (Zweite, stark erweiterte Auflage der *Abhandlungen über die mechanische Wârmetheorie,* Zwei Bände, Braunschweig: Vieweg 1864-67.) Band 1: *Entwicklung der Theorie, soweit sie sich aus den beiden Hauptsätzen ableiten lässt* (1876, 2. Auflage 1887); Band 2: *Die mechanische Behandlung der Elektrizität* (1879); Band 3: *Die kinetische Theorie der Gase* (1889-91). Braunschweig, Vieweg.

Copernic, Nicolas, *Des révolutions des orbes célestes,* Diderot, 1998.

– [1948], Erster Entwurf seines Weltsystems. (Nach den Handschriften herausgegeben, übersetzt und erläutert von Fritz Rossmann.) München: Hermann Rinn (Nachdruck: Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft 1966, 1974).

– [1990], Das neue Weltbild. Drei Texte: Commentariolus, Brief gegen Werner, De revolutionibus I. (Obersetzt und mit einer Einleitung und Anmerkungen verselien von Hans Günter Zekl.) Hamburg: Meiner.

Coxeter, Harold S. M. [1981], *Unvergängliche Geometrie.* Basel/Boston/Stuttgart: Birkhäuser (2. erwerterte Auflage). (Wissenschaft und Kultur, Band 17)

Crowe, Michael [1967], *A History of Vector Analysis.* Notre Dame/London: University of Notre Dame Press (Reprint: New York, Dover 1985).

*Dühring, Eugen und Ulrich [1884], *Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Functionsrechnung und zugehörigen Geometrie sowie Principien zur mathematischen Reform* [1. Theil]. Leipzig: Fues.

– [1903], *Neue Grundmittel und Erfindungen zur Analysis, Algebra, Functionsrechnung und zugehörigen Geometrie sowie Principien zur mathematischen Reform. Transradicale Algebra und entsprechende Lösung der allgemeinen auch überviergradigen Gleichungen.* Leipzig, Reisland.

Durège, Heinrich [1880], Über die Hoppe'sche Knotencurve. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften*, Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 82, p. 135-146.

Dustmann, Friedrich Wilhehn [1991], Die Äthertheorie von MacCullagh. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz*, Nr. 160, S. 6-16.

Dustmann, Friedrich Wilhelm/Pinkall, Ulrich [19921, Die Gleichung der vier Ätherarten in Rudolf Steiners zweitern naturwissenschaftlichen Kurs. *Elemente der Naturwissenschaft*, Band 56, Heft 1, S. 1-33.

Ebbinghaus, Heinz Dieter et al. [1988], *Zahlen*. Berlin/Heidelberg/New York: Springer (2. Auflage; Grundwissen Mathematik, Band 1).

*Einstein, Albert [1911], *Das Relativitätsprinzip* (Vortrag gehalten in der Sitzung der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich am 16.01.1911). [Unter dem Titel «Die Relativitäts-Theorie», leicht verändert abgedruckt in: *Vierteljabrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich*, Band 56, 1911, S. 1-14, Diskussion S. 11-IX.]

– *[1917], *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie gemeinverständlich*. Braunschweig: Vieweg 1917 (Sammlung Vieweg, Heft 38).

Gauss, Carl Friedrich [18311, [Anzeige von] Theoria residuorum biquadraticorum, *commentatio secunda. Göttingische gelehrte Anzeigen*, 23. Apri 1831 = Werke, Band Il (Göttingen: Königliche Gesellschaft der Wissenschaften 1876), p. 169-178.

*Goethe, Johann Wolfgang [1810], *Traité des couleurs*, Triades, Paris, 2000.

– [1823], La médiation de l'objet du sujet dans la démarche expérimentale *in T. des C.*

Gschwind, Peter [1986], *Raum, Zeit, Geschwindigkeit*. Dornach: Philos ophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (Mathematisch-Astronomische Blätter – Neue Folge, Band 15).

– [1991], *Der lineare Komplex – eine überimaginäre Zahl*. Dornach: Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum (2. Auflage; Mathematisch Astronomische Blätter – Neue Folge, Band 4).

Haase, Julius [1916], Die vierte Dimension. Eine Studie. *Das Reich*, Erster Jahrgang, Buch 1, p. 29-48.

Hagemann, Ernst [1966], Lemniskatisch-Planetarische Bewegungen im Kosmos. In: *Die Erforschung Kosmisch-Irdischer Entsprechungen*. (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der

Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach 12. bis 17.04.1966), p. 1-3.

Hardorp, Johannes [1983], Die Bewegungen des Erdkörpers ermittelt nach dem allgemeinen Dopplerprinzip. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 130, S. 3-10.

Harman, Peter Michael [1982], *Energy, Force and Matter. The Conceptual Development of Nineteenth-Century Physics.* Cambridge University Press (Cambridge History of Science Series).

*Hartmann, Eduard von [1891], *Die Geisterhypothese des Spiritismus und seine Phantome.* Leipzig: Friedrich.
– *[1898], *Der Spiritismus.* Leipzig: Haacke.

*Helmholtz, Hermann [1878], D*ie Tatsachen in der Wahrnehmung* (Rede, gehalten zur Stiftungsfeier der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin am 03.08.1878). Berlin: Hirschwald 1879.

Hemming, Albrecht/Pinkall, Ulrich [1983], *Auf dem Wege zu Urbildern von Organisationsstrukturen.* Manuskriptdruck im Selbstverlag, Frelburg.

Henderson, Linda Dalrymple [1983], *The Fourth Dimension and Non-Euclidean Geometry in Modern Art.* Princeton: Princeton University Press.
– [1985], Theo van Doesburg, «Die vierte Dimension» und die Relativitätstheorie in den zwanziger jahren. *In*: *Die vierte Dimension in der Kunst.* Weinhelm: Acta Humaniora, S. 195-205.
– [1988], Mystik, Romantik und die vierte Dimension. In: *Das Geistige in der Kunst: Abstrakte Malerei* 1890-1985 (Hrsg. von M. Tuchmann und J. Freeman). Stuttgart, Urachhaus.

Hentschel, Klaus [1990], *Interpretationen und Fehlinterpretationen der speziellen und der allgemeinen Relativitâtstbeorie durch Zeitgenossen Albert Einsteins.* Basel, Birkhäuser (Science networks historical studies, Band 6).

Herrmann, Dieter B. [19821, *Karl Friedrich Zöllner.* Leipzig, Teubner (Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Band 57).

Hinton, Charles Howard [1883], *What is the Fourth Dimension?* [London]. Reprinted in [1886], pp. 3-32.
– *[1886], *Scientific Romances.* [First Series]. London, Sonnenschein.
– *[1900], *A New Era of Thought.* London, Sonnenschein (2. Auflage).
– [1901], The Recognition of the Fourth Dimension. (Read before the

Philosophical Society of Washington, November 9, 1901.) *Bulletin of the Philosophical Society of Washington*, Volume 14, pp. 179-203. Revised reprint: [1904], pp. 203-230.
– *[1902], *Scientific Romances.* Second Series. London, Sonnenschein.
– [1904], *The Fourth Dimension.* London, Sonnenschein.
– [1907], *An Episode of Flatland or How a Plane Folk discovered the Third Dimension.* London, Sonnenschein & Co.

*Hochstetter, Ferdinand von/Bisching, Anton [18681, *Leitfaden der beschreibenden Krystallographie.* Wien, Braumüller 1868.

Hoppe, Reinhold [1879], Gleichung der Curve eines Bandes mit unauflesbarem Knoten nebst Auflösung in vierter Dimension. *Arcbiv der Mathematik und Physik*, Band 64, S. 224.
– [1880], Bemerkungen betreffend die Aufl5surg cilles Knotens in vierter Dimension. *Archiv der Mathematik und Physik*, Band 65, S. 423-426.

Junge, Werner [1983], Ein Versuch, das kopernikanisch-keplersche Planetensystein durch eine multiplikative Grundlage zu erweitern. *Beiträge zur Erweiterung der Heilkunst*, Band 36, Heft 5, p. 165-173.

Kaiser, Wilhelm [1966], Ideen über Bewegungen im Sonnensystem bei Rudolf Steiner – eine vergleichende Betrachtung. In: *Die Erforschung Kosmisch-Irdischer Entsprechungen.* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach 12. bis 17.04.1966), p. 7-9.

*Kant, Immanuel [l 746], Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte. Werke, Band 1, S. 7-218.
– [1768], *Von dem ersten Grunde des Unterschieds der Gegenden im Raume.* Werke, Band 1, S. 991-1000.
– [1783], *Prolegomena einerjeden künftigen Metaphysik.* Werke, Band 3, S. 109-264.
– [1787], *Critique de la raison pure*, PUF, 1971.
– [1956-60], *Werke.* Hrsg. von W. Weischedel. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Kérenyi, K. [1966], *Die Mythologie der Griechen.* Band I, IL München, dtv.

Keyserling, Graf Hermann [1919a], *Das Reisetagebuch eines Philosophen.* Darmstadt, Relchl.
– *[1919b], *Der Weg zur Vollendung. Des Grafen Hermann Keyserlingphilosophisches Schaffen.* Darmstadt, Relchl.
– *[1920], *Philosophie als Kunst.* Darmstadt, Relchl.

Klein, Felix [1876], Über den Zusammenhang der Flächen. *Mathematische Annalen*, Band 9, S. 476-483 = Gesammelte Mathematische Abhandlungen, 2. Band (Berlin, Springer 1922), S. 63-77.

– [1926], *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Teil 1. Berlin, Springer (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Bd. 24).

– [1927], *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Teil II: *Die Grundbegriffe der Invariantentheorie und ihr Eindringen in die mathematische Physik*. Berlin, Springer (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 25).

*Koenigsberger, Leo [1874], *Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Functionen.* Erster Theil. Leipzig, Teubner.

Kowol, Gerhard [1990], Gleichungen. *Eine historisch-phänomenologische Darstellung.* Stuttgart, Freies Geistesleben.

Lämmel, Rudolf [1921], *Die Grundlagen der Relativitätstheorie – populärwissenschaftlich dargestellt.* Berlin, Springer.

Locher, Louis [1937], *Urphänomene der Geometrie.* Zürich, Orell Füssli (Nachdruck: Dornach, Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum 1980).

– [1942], *Nachwort. Mathematisch-Astronomische Blätter,* Heft 4, S. 100-107.

Luttenberger, Franz [1977], Friedrich Zöllner, der Spiritismus und der vierdimensionale Raum. *Zeitschrift für Parapsychologie und Grenzgebiete der Psychologie,* Band 19, Heft 4, S. 195-214.

Manning, Henry Parker [1914], *Geometry of Four Dimensions.* New York: Macmillan (Reprint: New York, Dover 1956).

Möbius, August Ferdinand [1827], *Der barycentrische Calcul*. Leipzig = Gesammelte Werke, Band 1 (Leipzig, Hirzel 1885), S. 1-388.

– [1865], Über die Bestimmung des Inhaltes eines Polyeders. *Berichte über die Verhandlungen der Königlichen Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften,* Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Band 17, S. 31-68 = Gesammelte Werke, Band II (Leipzig, Hirzel 1886), S. 473-512.

Müller, Ernst [1931], Oskar Simony und seine topologischen Untersuchungen. *In*: *Mathesis*, Stuttgart, Orient-Occident-Verlag, S. 175-226.

– [1951], Erinnerungen an Oskar Simony. *Blätter für Anthroposophie,* Band 3, Heft 8, S. 288-292.

Neugebauer, Otto [1983], *Astronomy and History.* Selected Essays. New York, Springer.

Niggli, Paul [1924], *Lehrbuch der Mineralogie.* Teil I: *Allgemeine Mineralogie.* Berlin, Bornträger (2. Auflage).

Ostwald, Wilhelm [1895], Die *Überwindung des wissenschaftlichen Materialismus* (Vortrag, gehalten *in* der dritten allgemeinen Sitzung der Versammlung der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Lübeck am 20.09.1895). Leipzig, Veit & Co.

Planck, Max [1910], Die Stellung der neueren Physik zur mechanischen Naturanschauung (Vortrag, gehalten am 23.09.1910 auf der 82. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Königsberg). *Verhandlungen der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Königsberg,* 1910, Tell 1, S. 58-75 = Max Planck, *Physikalische Abhandlungen und Vorträge,* Band Ill (Braunschweig, Vieweg 1958), S. 30-46.

Ptolémée, Claudius [1962-63], *Handbuch der Astronomie,* 2 Bände. (Deutsche Übersetzung und erläuternde Anmerkungen von K. Manitius, Vorwort und Berichtigungen von O. Neugebauer.) Leipzig, Teubner.

Reichardt, Hans [1976], *Gauss und die nichteuklidische Geometrie.* Leipzig, Teubner.

Riemann, Bernhard [1867], « Sur les hypothèses qui servent de base à la géométrie », *Œuvres complétes,* Paris, Blanchard, 1968.

Rudnicki, Konrad [1984], Kann das lemniskatische System nicht doch die körperliche Sonnen-Planeten-Bewegung beschreiben? *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 133, S. 34-35.

*Schlaf, Johannes [1914], Professor Plassmann und das Sonnenfleckenphänomen. Weiteres zur geozentrischen Feststellung. Hamburg, Hephaestos-Verlag.
– *[1919], *Die Erde – nicht die Sonne.* München/Wien/Zürich, Dreiländer Verlag.

Schmidt, Thomas [1966], Zur Phänomenologie von Planetenbahnen. *In*: *Die Erforschung Kosmisch-Irdischer Entsprechungen.* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-

Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 12. bis 17.04.1966), S. 5-6.
– [1967], Besselsche Korrekturen und dritte kopernikanische Bewegung. In: *Die lemniskatischen Bewegungsprinzipien im Sonnensystem und im Blutkreislauf,* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 28. März bis 02.04.1967), S. 7-8.

Scholz, Erhard [1980], *Geschichte des Mannigfaltigkeitsbegriffs von Riemann bis Poincaré.* Boston/Basel, Birkhäuser.

*Schopenhauer, Arthur [1894], *Arthur Schopenhauers sämtliche Werke in zwölf Banden, mit Einleitung von Dr. Rudolf Steiner.* 2. Band, Stuttgart O. J. (1894).

Schoute, Pieter Hendrik [1902], *Mehrdimensionale Geometrie,* Erster Teil: Die linearen Räume. Leipzig, Göschen (Sammlung Schuberth, Band 35).
– [1905], *Mehrdimensionale Geometrie,* Zweiter Teil: Die Polytope. Leipzig: Göschen (Sammlung Schuberth, Band 36).

* Schouten, Jan Arnoldus [1914], *Grundlagen der Vektor- und Affinoranalysis.* Leipzig/Berlin, Teubner.

Seifert, Herbert/Threlfall, William [1934], *Lehrbuch der Topologie.* Leipzig, Teubner 1934.

Simony, Oskar [18801, Über jene Flächen, welche aus ringförmig geschlossenen, knotenfreien Bändern durch in sich selbst zurückkehrende Längsschnitte erzeugt werden. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften,* Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abtellung II, Band 82, S. 691-697.
– [1881a], Über jene Gebilde, welche ans kreuzformigen Flächen durch paarweise Vereinigung ihrer Enden und gewisse in sich selbst zurückkehrende Schnitteentstehen. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschafiten,* Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abtellung 11, Band 84, S. 237-257.
– *[1881b], *Gemeinfassliche, leicht controlierbare Lösung der Aufgabe: « In ein ringförmig geschlossenes Band einen Knoten zu machen » und verwandter merkwürdiger Probleme.* Wien: Gerold 1881 (3. Auflage).
– [1883], Über eine Reihe neuer mathematischer Erfahrungssätze. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften,* Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung II, Band 88, S. 939-974.
– *[1884], *Über spiritistische Manifestationen vom naturwissenschaftlichen*

Standpunkte. Wien/Pest/Leipzig, Hartieben.
– *[1885], Über zwei universelle Verallgemeinerungen der algebraischen Grundoperationen. *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften,* Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Masse, Abteilung II, Band 91, S. 223-328.
– *[1886], *Über die empirische Natur unserer Raumvorstellungen* (Vortrag vom 17.02.1886). Wien: Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.

Sommerfeld, Arnold [1944], *Vorlesungen über theoretische Physik,* Band II *Mechanik der deformierbaren Medien.* Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig. (Nachdruck der 6. Auflage: Thun/Frankfurt am Main, Harri Deutsch 1992).

*Spengler, Oswald [1920], *Der Untergang des Abendlandes. Erster Band: Gestalt und Wirklicbkeit.* München: Beck (7-10. Auflage).
– *[1922], *Der Untergang des Abendlandes. Zweiter Band: Welthistorische Perspektiven.* München: Beck (31-42. Auflage).

Stäckel, Paul [1913], *Wolfgang und Johann Bolyai: Geometrische Untersuchungen.* Erster Teil: Leben und Schriften der beiden Bolyai; Zweiter Teil: Stücke ans den Schriften der beiden Bolyai. Leipzig und Berlin: Teubner (*Urkunden zur Geschichte der nichteuklidischen Geometrie,* hrsg. von F. Engel/P. Stäckel, Teil II).

Steffen, Albert [1922], *Die Krisis im Leben des Künstlers.* Bern, Seldwyla (2. Auflage: 1925).

Steiner, Rudolf – *Les écrits scientifiques de Goethe,* GA 1, Novalis.
– *Une théorie de la connaissance chez Goethe,* GA 2, É.A.R.
– *La philosophie de la liberté,* GA 4, Novalis, É.A.R.
– *Le Christianisme et les mystères antiques,* GA 8, É.A.R.
– *La théosophie,* GA 9, Novalis, É.A.R.
– *La science de l'occulte,* GA 15, É.A.R., Novalis, Triades.
– *Les énigmes de la philosophie,* GA 18, É.A.R.
– *Autobiographie,* GA 25, É.A.R.
– *Philosophie et Anthroposophie,* GA 35, É.A.R.
– *Éléments d'ésotérisme,* GA 93a, Triades,
– *L'Apocalypse de Jean,* GA 104, Triades,
– *Les hiérarchies spirituelles,* GA 110, Triades.
– *Les mystères de la Genèse,* GA 122, Triades.
– *Les entités spirituelles dans les corps célestes...,* GA 136, É.A.R.
– *L'Évangile de Marc,* GA 139, Triades.
– *Trois voies vers le Christ,* GA 143, É.A.R.
– *Chaleur et matière,* GA 321, É.A.R.

– *Science du ciel, science de l'homme,* GA 323, É.A.R.
– *Naissance et devenir de la science moderne,* GA 326, Novalis.

Teichmann, Jürgen [1983], *Wandel des Weltbildes.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft (2. Auflage).

Unger, Carl [1921], Rudolf Steiners Werk. (Referat über sechs Vorträge von Carl Unger während der Anthroposophischen Hochschulkurse vom 26. September bis 6. Oktober 1920 am Goetheanum in Dornach durch Willy Storrer.) *Tribüne* (Zürich), 01.01.1921, Heft 6/8, S. 32-40. (Gekürzter Abdruck ohne Quellenangabe in: Carl Unger, *Schriften,* Erster Band [Stuttgart, Freles Geistesleben 1964]), S. 230-243.

Unger, Georg [1967], *Vom Bilden physikalischer Begriffe. Tell Ill: Grundbegriffe der modernen Physik. Quanten, Teilchen, Relativität.* Stuttgart, Freies Geistesleben.
– [1981], Vorbemerkungen zur Arbeit von H. Bauer. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 121, S. 2-5.

Van Bemmelen, Martin [1967], Bewegungsformen von Herz und Kreislauf sind Abbilder von kosmischen Bewegungen. In: *Die lemniskatischen Bewegungsprinzipien im Sonnensystem und im Blutkreislauf.* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 28. März bis 2. April 1967), S. 10-16.

Vanscheidt, Ralf [1992], Über einige Konsequenzen der geometrischen Naturbeschreibung. Evidenz 1992/1993. jahrbuch des Novalis-Hochschulverciri, Dortmund. Dornach, Gideon Spicker Verlag.

Van der Waerden, Bartel Leenert [1985], *A History of Algebra.* Berlin/Heidelberg/New York, Springer.
– [1988], *Die Astronomie der Griechen. Eine Einführung.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Vetter, Suso [1967], Zur lemniskatischen Sonnen-Erden-Bewegung nach Arbelten von Joachim Schultz. *In*: *Die lemniskatischen Bewegungsprinzipien im Sonnensystem und im Blutkreislauf.* (Bericht von der Mathematisch-Astronomischen Hochschulwoche der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Dornach, 28. März bis 2. April 1967), S. 4-7. Wieder abgedruckt *in*: *Mathematisch Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 121, 1981, S. 5-9.

Vreede, Elisabeth [1922], Die Berechtigung der Mathematik in der Astronomie und ihre Grenzen. In: *Aenigmatisches aus Kunst und Wissenschaft.* Anthroposophische Hochschulkurse vom 26. September bis 16. Oktober 1920. Band 1/11 (Stuttgart, Kommende Tag AG), S. 135-164.
– [1980], *Le ciel des Dieux*, Éd. Triades, Paris, (nouvelle édition, 1999).

Whittaker, Edmund Taylor [1951-53], *A history of the Theories of Aether and Electricity.* Volume I: The Classical Theories, Volume II: The Modern Theories 1900-1926. London/New York, Nelson.

Wolf, Rudolf [1891-93], *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur.* Zwei Bände. Zürich, Schulthess.

Ziegler, Renatus [1976], Die Planetenbewegungen nach Ptolemäus. *Mathematisch-Physikalische Korrespondenz* (Dornach), Nr. 99, S. 1-26.
– [1987], Die Entdeckung der nichteuklidischen Geometrien und ihre Folgen; Bemerkungen zur Bewusstseinsgeschichte des 19. Jahrhunderts. *Elemente der Naturwissenschaft*, Band 47, Heft 2, S. 31-58.
– [1992], Mathematik und Geisteswissenschaft. *Mathematische Einführung in die Philosophie als Geisteswissenschaft.* Dornach, Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum.
– [1995], *Ernst Blümel (1884-1952). Notizen zur Biographie des Mathematikers und Lehrers Ernst Blümel.* Dornach. (Arbeitshefte der Mathematisch-Astronomischen Sektion am Goetheanum, Kleine Reihe, Heft 1.)

Zöllner, Friedrich [1876], *Principien einer elektrodynamischen Theorie der Materie.* Leipzig, Engelmann.
– [1878-1881], *Wissenschaftliche Abhandlungen* (WA), Band I-IV. Leipzig, Staackmann.
– [1878a], Über Wirkungen in die Ferne. WA, Band I, S. 16-288.
– [1878b], Thomson's Dämonen und die Schatten Plato's. WA, Band I, S. 710-732.
– [1878c], Über die metaphysische Deduction der Naturgesetze. WA, Band II.1, S. 181-433.
– [1878d], Zur Metaphysik des Raumes. WA, Band 11.2, S. 892-941, S. 1173-1192.
– [1878c], On Space of Four Dimensions. *The Quarterly Journal of Science and Annats of Mining* (London), April 1878, pp. 227-237.
– [1879], *Die transcendentale Physik und die sogenannte Philosophie.* WA, Band 111.
– *[1886], *Über die Natur der Cometen. Beiträge zur Geschichte und Theorie der Erkenntniss.* Gera, Griesbach (3. Auflage).

À PROPOS DES STÉNOGRAMMES

Extrait de: Rudolf Steiner, Autobiographie (1925, chapitre XXXV),

Mon activité anthroposophique eut deux résultats: d'abord mes livres destinés au public, ensuite un grand nombre de cours réservés aux seuls membres de la Société théosophique (par la suite: anthroposophique). Il s'agissait de conférences plus ou moins bien sténographiées et que je n'avais pas eu le temps de revoir. J'aurais préféré que la parole demeurât ce qu'elle était; mais les membres voulaient avoir les textes de ces cycles de conférences non publiques. Ils furent donc imprimés. Si j'avais eu le temps de les corriger, on aurait pu dès le départ se dispenser de la mention restrictive «réservé aux membres». Depuis plus d'un an d'ailleurs elle est supprimée.

Il était indispensable d'expliquer dans la présente autobiographie le rôle réservé, dans le cadre de l'anthroposophie, à mes livres publics et aux cours privés.

Pour se rendre compte de ma propre lutte intérieure et des efforts que j'ai dû faire pour élaborer l'anthroposophie et la proposer à la conscience moderne, on aura intérêt à consulter mes ouvrages publics. J'y ai consigné mes réflexions relatives aux doctrines philosophiques de l'époque, mais aussi les révélations progressives dues à ma contemplation spirituelle; cela est devenu l'édifice même de l'anthroposophie, quoique sous une forme, à bien des égards, imparfaite.

La première exigence était celle-ci: édifier l'anthroposophie et veiller à la transmission fidèle des résultats de mon investigation spirituelle, destinée à être publiquement connue. À cela s'ajoutait cette autre tâche: apporter aux membres une réponse aux aspirations profondes de leur âme et à leur nostalgie de l'expérience spirituelle.

La préférence portait sur les Évangiles et la Bible; on souhaitait les voir expliquer à la lumière de l'enseignement anthroposophique. On me demandait de donner des conférences sur ces révélations confiées à l'humanité.

En réponse aux besoins exprimés, je fis alors plusieurs séries d'exposés réservés aux membres. Les auditeurs étaient familiarisés avec les fondements de l'anthroposophie. On pouvait donc leur parler comme à des personnes ayant des connaissances anthroposophiques déjà très élaborées.

L'enseignement donné là aurait été impossible sous cette forme dans les ouvrages destinés au public.

Dans ces cercles intimes j'aurais dû modifier la forme de mes exposés s'ils avaient dès le départ été destinés à être publiés.

Ces deux types de textes, ceux destinés au public et ceux réservés aux membres, ont une origine différente. Les livres entièrement publics sont le résultat de mes propres luttes et recherches ; les textes privés, par contre, reflètent la collaboration de la Société. J'étais à l'écoute de ce que les membres désiraient en profondeur ; de cette communion active résultent la ligne de conduite et le ton de ces conférences.

Rien ne fut jamais dit qui ne soit la pure conséquence de l'élaboration progressive de l'anthroposophie. Il ne saurait être question de la moindre concession faite à des préjugés de la pensée ou du sentiment des membres. Ces publications privées restituèrent pleinement ce que l'anthroposophie se proposait d'exposer. Sous l'insistance devenue trop forte, il fallut renoncer au principe de textes exclusivement réservés aux membres ; on le fit sans la moindre inquiétude. Le lecteur devra seulement passer sur certaines imperfections contenues dans ces publications non revues par moi avant leur parution.

Pour être en mesure d'émettre un jugement valable sur le contenu de ces manuscrits privés, il est nécessaire d'avoir acquis préalablement les notions de base indispensables. Pour la plupart de ces publications, cela concerne au minimum : la connaissance anthroposophique de l'être humain et du cosmos, dans la mesure où sa nature est décrite par l'anthroposophie, ainsi que les enseignements concernant « l'histoire vue par l'anthroposophie », puisés dans le monde de l'esprit.

L'ŒUVRE ÉCRITE DE RUDOLF STEINER
en langue française
(2001)

Ouvrages parus aux Éditions Anthroposophiques Romandes (É.A.R.), aux éditions Novalis (N), et aux éditions Triades (T).
La numérotation est celle de l'édition intégrale en allemand (GA).

In GA 1	Introduction et notes à la « Métamorphose des plantes » et au « Traité des couleurs » de Goethe, 1883, 1891, 1895 (T).
GA 2	Une théorie de la connaissance chez Goethe, 1886 (É.A.R.).
GA 3	Vérité et science, 1892 (É.A.R.).
GA 4	La philosophie de la liberté, 1894 (É.A.R.), (N).
GA 5	Nietzsche, un homme en lutte contre son temps, 1895 (É.A.R.).
GA 6	Goethe et sa conception du monde, 1897 (É.A.R.).
GA 7	Mystique et anthroposophie, 1901 (É.A.R.).
GA 8	Le christianisme et les mystères antiques, 1902 (É.A.R.).
GA 9	Théosophie, 1904 (É.A.R.), (N), (T).
GA 10	Comment acquiert-on des connaissances sur les mondes supérieurs, ou l'initiation, 1904-1908 (É.A.R.), (N), (T).
GA 11	Chronique de l'Akasha, 1904-1908 (É.A.R.).
GA 12	Les degrés de la connaissance supérieure, 1905-1908 (É.A.R.).
GA 13	La science de l'occulte, 1910 (É.A.R.), (T).
GA 14	Quatre Drames-Mystères, 1910-1913. (T).
GA 15	Les guides spirituels de l'homme et de l'humanité, 1911 (É.A.R.).
GA 16	Un chemin vers la connaissance de soi, 1912 (É.A.R.).
GA 17	Le seuil du monde spirituel, 1913 (É.A.R.).
GA 18	Les énigmes de la philosophie, 1914 (É.A.R.).
GA 21	Des énigmes de l'âme, 1917 (É.A.R.).
GA 22	L'esprit de Goethe, 1918 (É.A.R.).
GA 23	Éléments fondamentaux pour la solution du problème social, 1919 (É.A.R.).
In GA 24	Treize articles commentaires, 1919-1921 (É.A.R.).

GA 26	Les lignes directrices de l'anthroposophie. Le Mystère de Michaël, 1924-1925 (N).
GA 27	Données de base pour un élargissement de l'art de guérir, 1925, en collaboration avec la doctoresse Ita Wegman (T).
GA 28	Autobiographie, 1923-1925 (É.A.R.).
In GA 40	Le calendrier de l'âme, 1912 (É.A.R.).



Achevé d'imprimer par Corlet Numérique - 14110 Condé-sur-Noireau
N° d'Imprimeur : 8603 - Dépôt légal : mai 2002 - Imprimé sur DemandStream

Imprimé en UE

Mathématique et Réalité

Un point n'a aucune dimension. Un point se déplaçant en ligne droite engendre un segment à 1 dimension. Un segment se déplaçant perpendiculairement à lui-même engendre un carré à 2 dimensions. Un carré qui se déplace perpendiculairement à lui-même donne naissance à un cube à 3 dimensions. L'étape suivante consisterait à déplacer le cube dans une quatrième dimension perpendiculaire à toutes ses arêtes. On obtiendrait un objet à 4 dimensions (hypercube). Cet hypercube existe-t-il réellement ?

En s'appuyant sur les recherches de certains mathématiciens, Steiner s'efforce de montrer que notre pensée objective est le premier échelon d'une échelle qui peut s'élever à des hauteurs infinies.

Dans une deuxième partie, Steiner aborde de nombreux thèmes tournant autour de la notion de Réalité :

L'espace est-il fini ou infini ?

Qu'est-ce que le temps ?

Comment comprendre la théorie de la relativité ?

Où nous mènent les nombres complexes ?

etc.

ISBN : 2-85248-220-7



Image de couverture : « La surface de Boy »

33 €
216,45 F